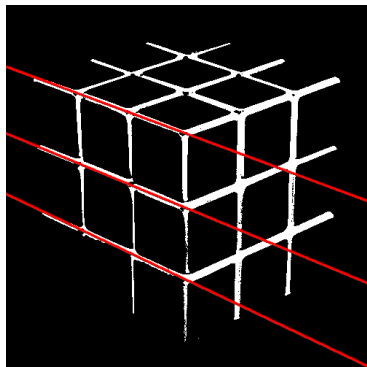
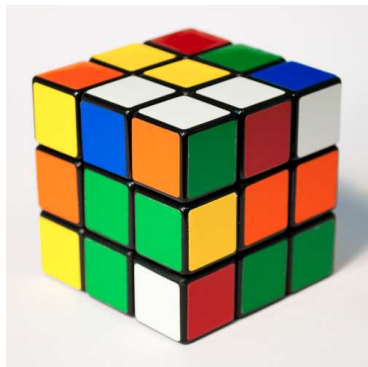


Plan

3 Traitement - analyse d'image

- Intro
- Traitement
- Transformations géométriques
- Filtrage
- Analyse - détection de contour
- Détection de droites - Transformée de Hough

Détection de droite par transformée de Hough



Détection de droite par transformée de Hough

Equation d'une droite

Détection de droite par transformée de Hough

Equation d'une droite

Droite \mathcal{D} du plan définie par deux paramètres θ et α :

Détection de droite par transformée de Hough

Equation d'une droite

Droite \mathcal{D} du plan définie par deux paramètres θ et α :

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}(\theta, \alpha) = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

Détection de droite par transformée de Hough

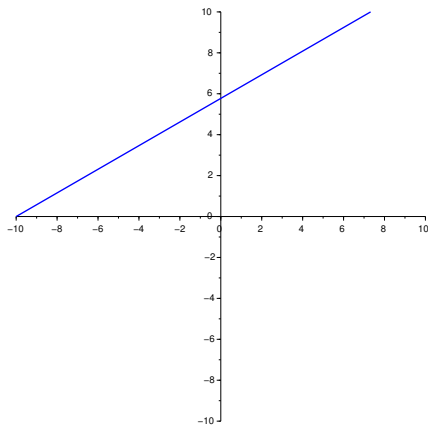
Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

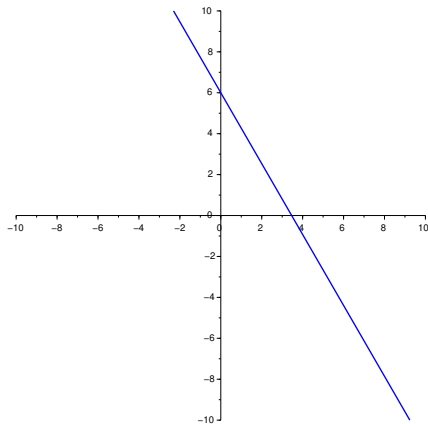


$$\theta = \pi/6 = 30^\circ , \alpha = 5$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

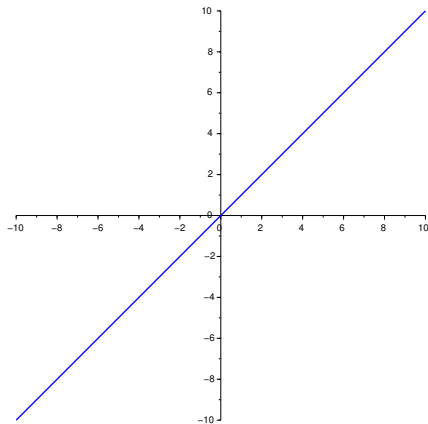


$$\theta = -\pi/3 = -60^\circ , \alpha = 3$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

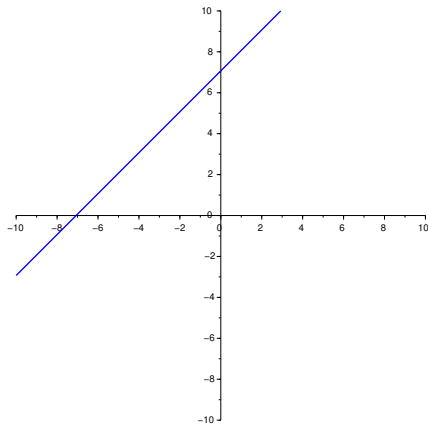


$$\theta = \pi/4 = 45^\circ , \alpha = 0$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

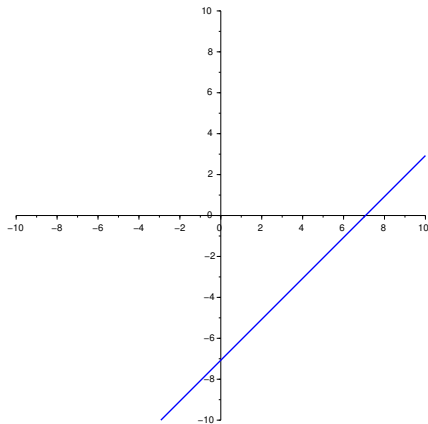


$$\theta = \pi/4 = 45^\circ , \alpha = 5$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

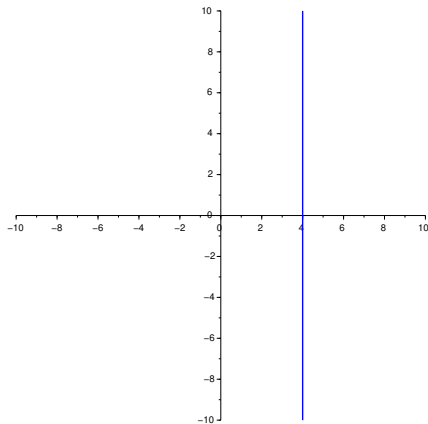


$$\theta = \pi/4 = 45^\circ , \alpha = -5$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$

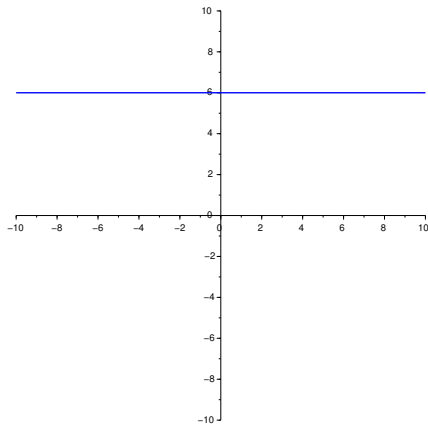


$$\theta = \pi/2 = 90^\circ , \alpha = -4$$

Détection de droite par transformée de Hough

Exemples de droites

$$\mathcal{D} = \{(x, y) , -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha\}$$



$$\theta = 0 = 0^\circ , \alpha = 6$$

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Image en noir & blanc avec pixel blanc appartenant à un contour à détecter

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Image en noir & blanc avec pixel blanc appartenant à un contour à détecter

Pour un pixel (x, y) , considérer l'ensemble des droites $\mathcal{D}(\theta, \alpha)$ passant par le point (x, y)

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Image en noir & blanc avec pixel blanc appartenant à un contour à détecter

Pour un pixel (x, y) , considérer l'ensemble des droites $\mathcal{D}(\theta, \alpha)$ passant par le point (x, y)

Transformée de Hough du point (x, y) : ensembles des points (θ, α) tels que

$$-\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha$$

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Image en noir & blanc avec pixel blanc appartenant à un contour à détecter

Pour un pixel (x, y) , considérer l'ensemble des droites $\mathcal{D}(\theta, \alpha)$ passant par le point (x, y)

Transformée de Hough du point (x, y) : ensembles des points (θ, α) tels que

$$-\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha$$

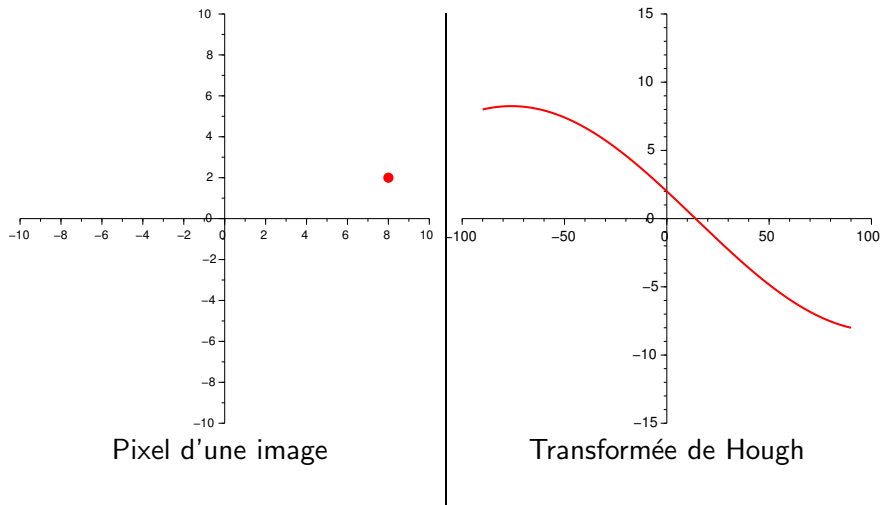
Représentation dans le plan de la *Transformée de Hough* : courbe sinusoidale

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

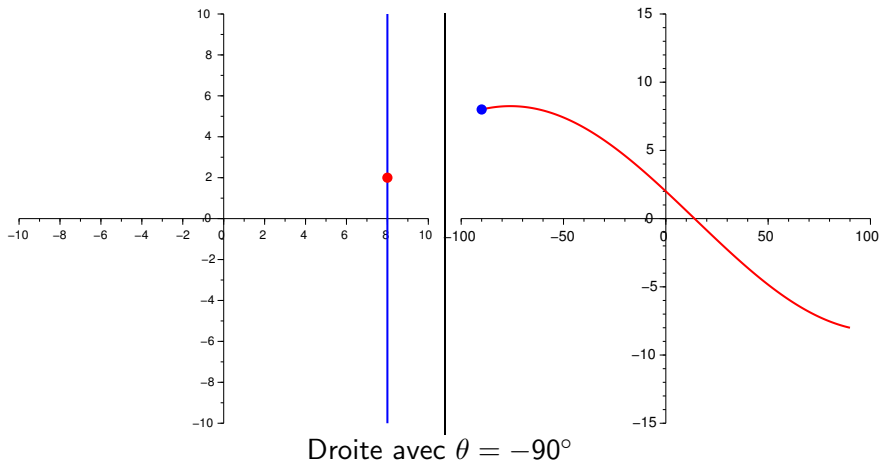
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



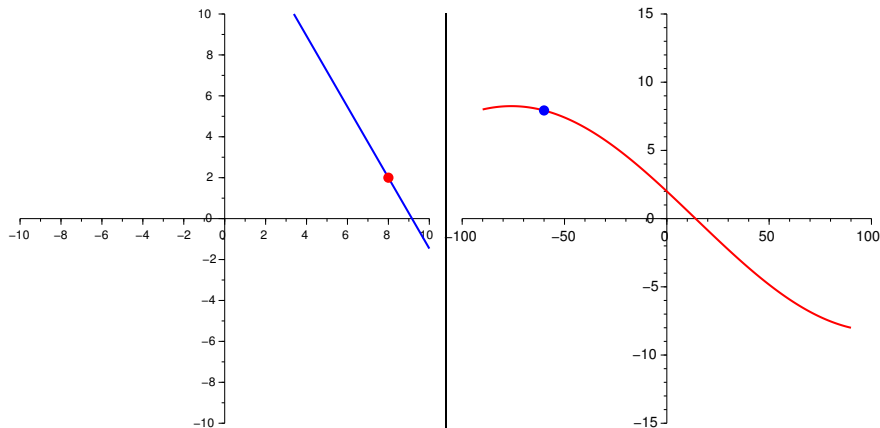
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



Détection de droite par transformée de Hough

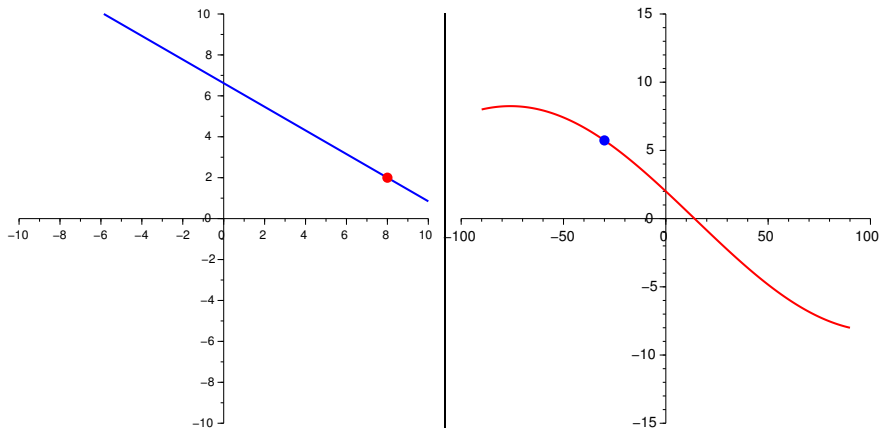
Principe



Droite avec $\theta = -60^\circ$

Détection de droite par transformée de Hough

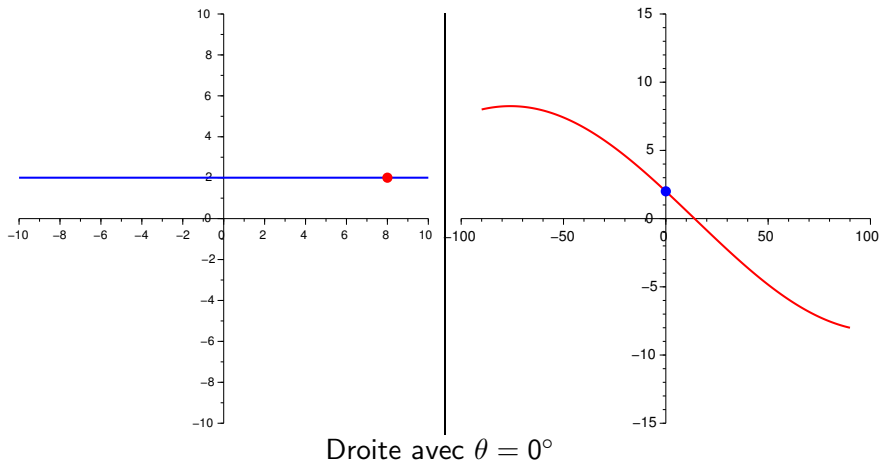
Principe



Droite avec $\theta = -30^\circ$

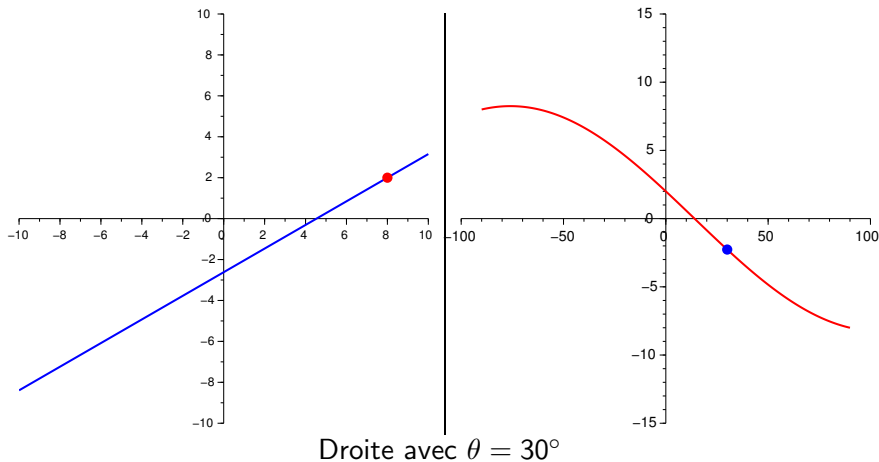
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



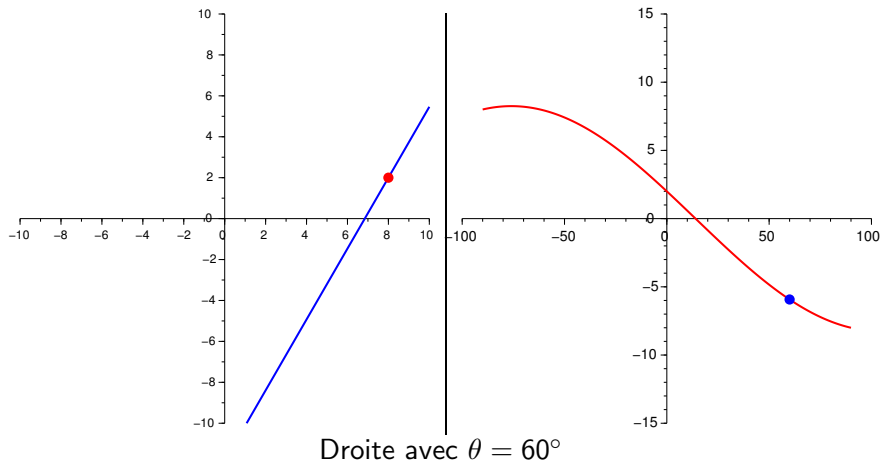
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



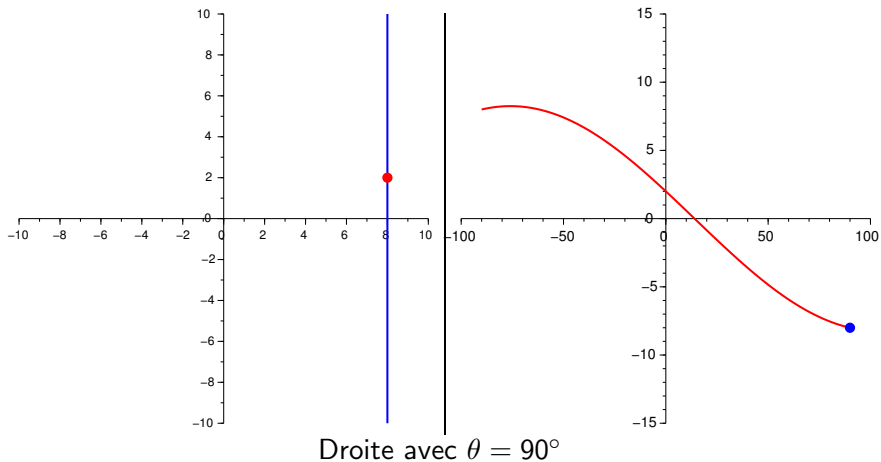
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



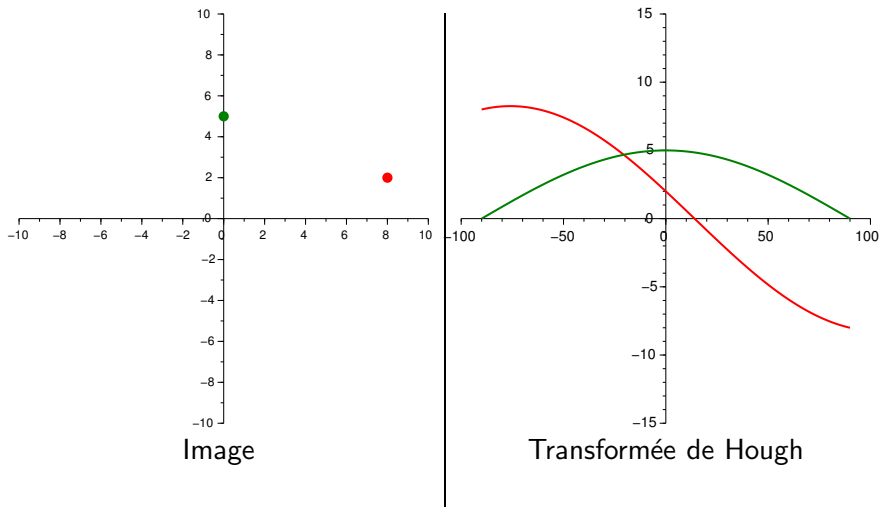
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



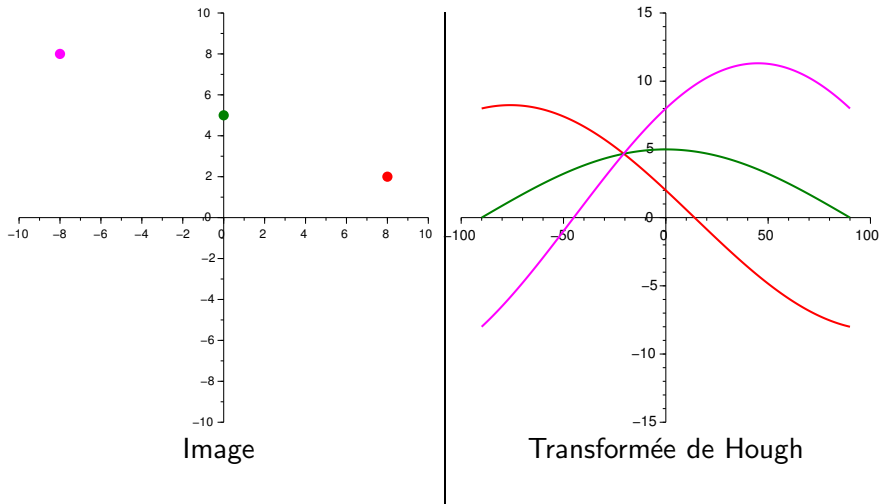
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



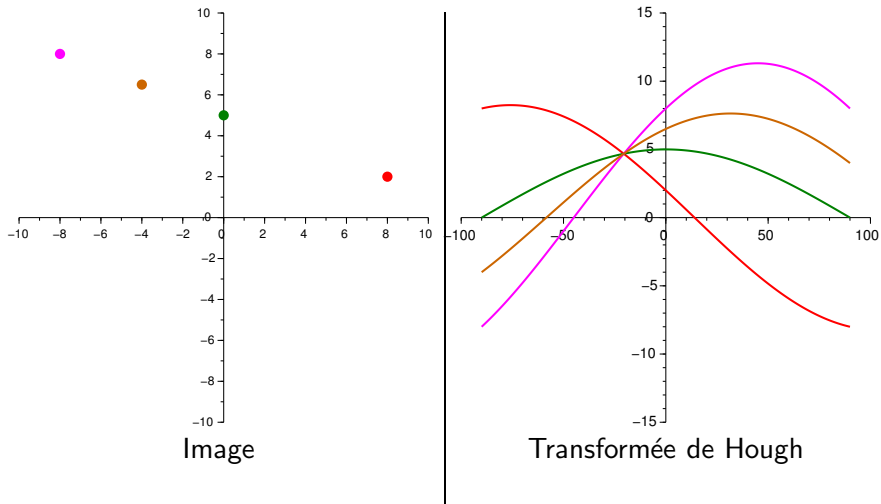
Détection de droite par transformée de Hough

Principe



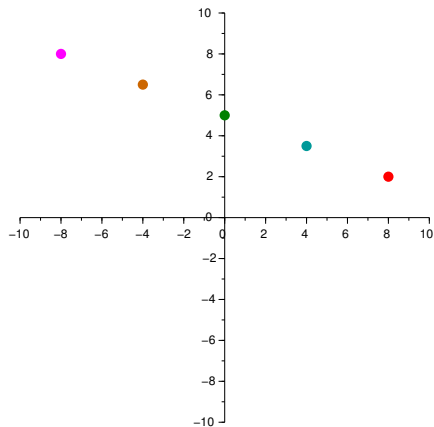
Détection de droite par transformée de Hough

Principe

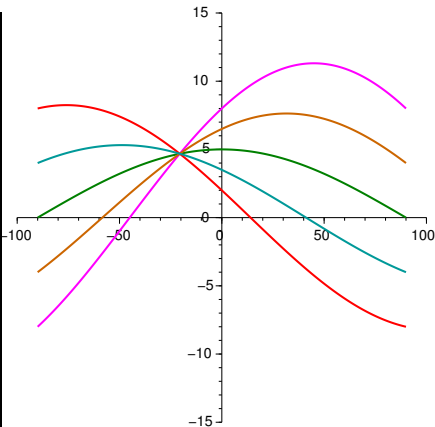


Détection de droite par transformée de Hough

Principe



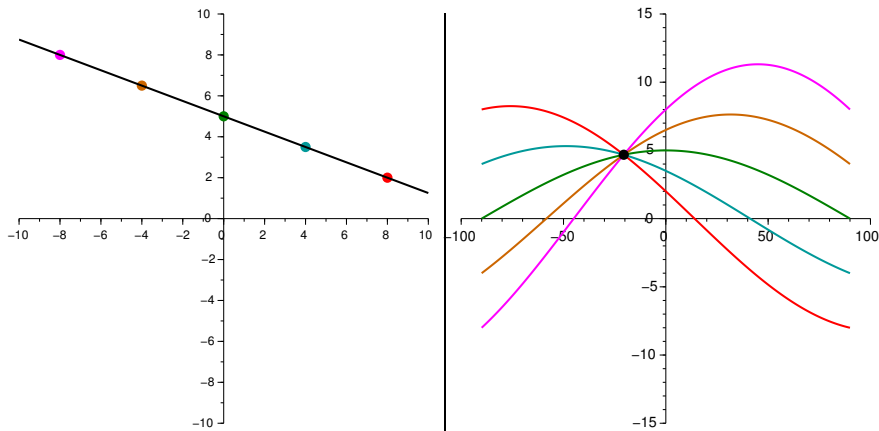
Image



Transformée de Hough

Détection de droite par transformée de Hough

Principe



La droite passant par les pixels

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

1) on peut se limiter à $\theta \in [0, \pi]$ ou $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

1) on peut se limiter à $\theta \in [0, \pi]$ ou $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$

$$\mathcal{D}(\theta + 2\pi, \alpha) = \mathcal{D}(\theta, \alpha) :$$

$$-\sin(\theta + 2\pi) x + \cos(\theta + 2\pi) y = -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha$$

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

1) on peut se limiter à $\theta \in [0, \pi]$ ou $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$

$$\mathcal{D}(\theta + 2\pi, \alpha) = \mathcal{D}(\theta, \alpha) :$$

$$-\sin(\theta + 2\pi) x + \cos(\theta + 2\pi) y = -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y = \alpha$$

$$\mathcal{D}(\theta + \pi, \alpha) = \mathcal{D}(\theta, -\alpha) :$$

$$-\sin(\theta + \pi) x + \cos(\theta + \pi) y = +\sin(\theta) x - \cos(\theta) y = -\alpha$$

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

2) pour une image de dimensions $L \times H$,

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

2) pour une image de dimensions $L \times H$,
on peut se limiter à $\alpha \in [-D/2, D/2]$ avec $D = \sqrt{L^2 + H^2}$

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

2) pour une image de dimensions $L \times H$,
on peut se limiter à $\alpha \in [-D/2, D/2]$ avec $D = \sqrt{L^2 + H^2}$

pour un pixel d'indices (X, Y) avec $0 \leq X < L$ et $0 \leq Y < H$,

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

2) pour une image de dimensions $L \times H$,
on peut se limiter à $\alpha \in [-D/2, D/2]$ avec $D = \sqrt{L^2 + H^2}$

pour un pixel d'indices (X, Y) avec $0 \leq X < L$ et $0 \leq Y < H$,
considérer le point $(x, y) = (X - L/2, Y - H/2)$
($\Rightarrow -L/2 \leq x < L/2$ et $-H/2 \leq Y < H/2$)

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

2) pour une image de dimensions $L \times H$,
on peut se limiter à $\alpha \in [-D/2, D/2]$ avec $D = \sqrt{L^2 + H^2}$

pour un pixel d'indices (X, Y) avec $0 \leq X < L$ et $0 \leq Y < H$,
considérer le point $(x, y) = (X - L/2, Y - H/2)$

($\Rightarrow -L/2 \leq x < L/2$ et $-H/2 \leq Y < H/2$)

$|\alpha| = | -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y |$

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

2) pour une image de dimensions $L \times H$,
on peut se limiter à $\alpha \in [-D/2, D/2]$ avec $D = \sqrt{L^2 + H^2}$

pour un pixel d'indices (X, Y) avec $0 \leq X < L$ et $0 \leq Y < H$,
considérer le point $(x, y) = (X - L/2, Y - H/2)$

($\Rightarrow -L/2 \leq x < L/2$ et $-H/2 \leq Y < H/2$)

$|\alpha| = | -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y |$
= distance du point-origine $(0, 0)$ à la droite $\mathcal{D}(\theta, \alpha)$

Détection de droite par transformée de Hough

Remarques

2) pour une image de dimensions $L \times H$,
on peut se limiter à $\alpha \in [-D/2, D/2]$ avec $D = \sqrt{L^2 + H^2}$

pour un pixel d'indices (X, Y) avec $0 \leq X < L$ et $0 \leq Y < H$,
considérer le point $(x, y) = (X - L/2, Y - H/2)$

($\Rightarrow -L/2 \leq x < L/2$ et $-H/2 \leq Y < H/2$)

$|\alpha| = | -\sin(\theta) x + \cos(\theta) y |$

= distance du point-origine $(0, 0)$ à la droite $\mathcal{D}(\theta, \alpha)$

\leq distance entre les points $(0, 0)$ et $(x, y) \leq D/2$

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

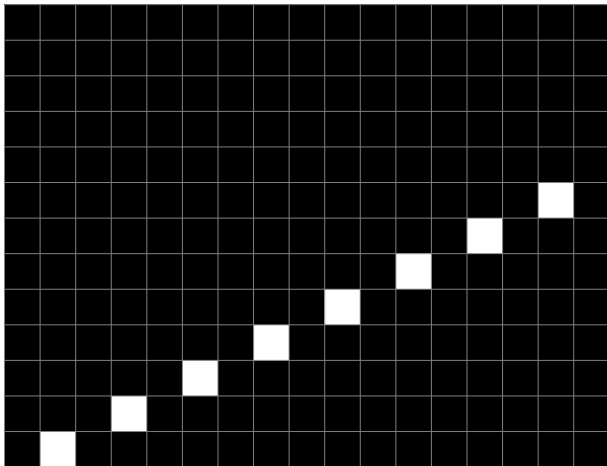
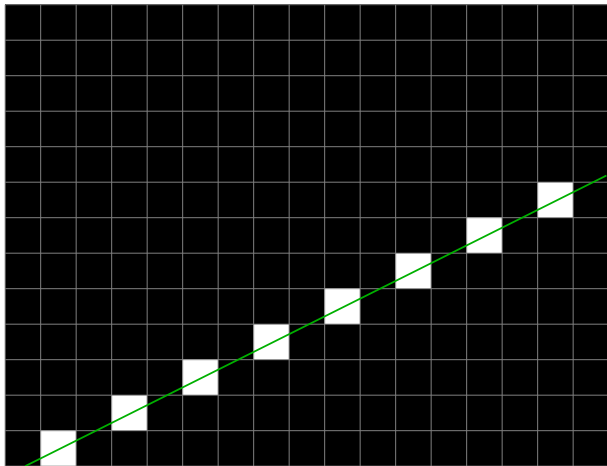


Image filtrée avec pixels blancs proches d'un contour

Détection de droite par transformée de Hough

Principe



Retrouver la droite approchant les pixels

Détection de droite par transformée de Hough

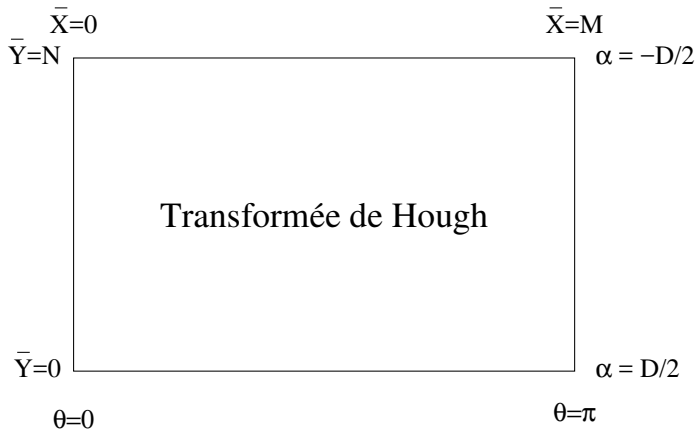
Principe

Transformée de Hough : rectangle des points (θ, α)
avec $\theta \in [0, \pi]$ et $\alpha \in [-D/2, D/2]$

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Transformée de Hough : rectangle des points (θ, α)
avec $\theta \in [0, \pi]$ et $\alpha \in [-D/2, D/2]$



Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Transformée de Hough : rectangle des points (θ, α)
avec $\theta \in [0, \pi]$ et $\alpha \in [-D/2, D/2]$

→ tableau $T(\bar{X}, \bar{Y})$ de dimensions $M \times N$ avec

$$\left(\theta = \frac{\pi \bar{X}}{M}, \alpha = \frac{D \bar{Y}}{N} - \frac{D}{2} \right) \iff \left(\bar{X} = \frac{M\theta}{\pi}, \bar{Y} = \frac{N(\alpha + D/2)}{D} \right)$$

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Transformée de Hough : rectangle des points (θ, α)
avec $\theta \in [0, \pi]$ et $\alpha \in [-D/2, D/2]$

→ tableau $T(\bar{X}, \bar{Y})$ de dimensions $M \times N$ avec

$$\left(\theta = \frac{\pi \bar{X}}{M}, \alpha = \frac{D \bar{Y}}{N} - \frac{D}{2} \right) \iff \left(\bar{X} = \frac{M\theta}{\pi}, \bar{Y} = \frac{N(\alpha + D/2)}{D} \right)$$

Initialiser le tableau avec des valeurs nulles,

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Transformée de Hough : rectangle des points (θ, α)
avec $\theta \in [0, \pi]$ et $\alpha \in [-D/2, D/2]$

→ tableau $T(\bar{X}, \bar{Y})$ de dimensions $M \times N$ avec

$$\left(\theta = \frac{\pi \bar{X}}{M}, \alpha = \frac{D \bar{Y}}{N} - \frac{D}{2} \right) \iff \left(\bar{X} = \frac{M\theta}{\pi}, \bar{Y} = \frac{N(\alpha + D/2)}{D} \right)$$

Initialiser le tableau avec des valeurs nulles,
et pour chaque pixel blanc (x, y) de l'image I , accumuler dans le tableau T la courbe correspondante à (x, y)

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

Transformée de Hough : rectangle des points (θ, α)
avec $\theta \in [0, \pi]$ et $\alpha \in [-D/2, D/2]$

→ tableau $T(\bar{X}, \bar{Y})$ de dimensions $M \times N$ avec

$$\left(\theta = \frac{\pi \bar{X}}{M}, \alpha = \frac{D \bar{Y}}{N} - \frac{D}{2} \right) \iff \left(\bar{X} = \frac{M\theta}{\pi}, \bar{Y} = \frac{N(\alpha + D/2)}{D} \right)$$

Initialiser le tableau avec des valeurs nulles,
et pour chaque pixel blanc (x, y) de l'image I , accumuler dans le tableau T la courbe correspondante à (x, y)

droite à détecter : point d'accumulation (maximum local) dans T

Détection de droite par transformée de Hough

Principe

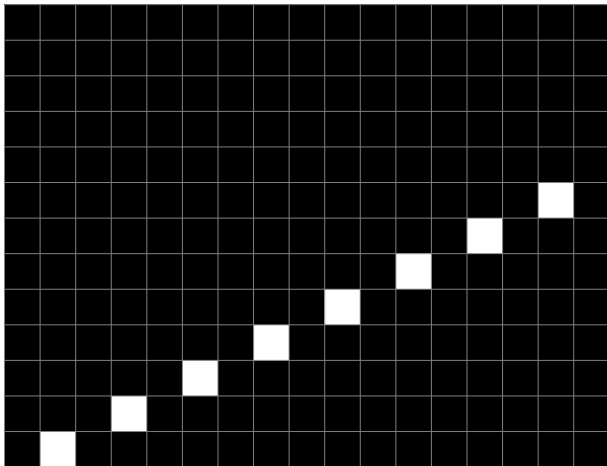


Image avec 8 pixels blancs proche d'une droite

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

Données :

- I : image noir et blanc de dimensions $L \times H$
(avec pixels blancs proches de segments de droites)
- M, N : dimensions souhaitées pour la transformée de Hough

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

```
// (1) - calcul de la transformée de Hough
 $D \leftarrow \sqrt{L^2 + H^2}$ 
 $T \leftarrow$  image_type_reel de dimensions  $M \times N$  et valeurs égales à 0.0
pour_tout pixel  $I(X, Y)$  égal à Blanc faire
     $x \leftarrow X - L/2$  ,  $y \leftarrow Y - H/2$ 
    // ajouter la courbe correspondant à  $(x, y)$  dans le tableau  $T$ 
    :
fin_pour
```

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

```

// ajouter la courbe correspondant à (x,y) dans le tableau T
// version 1
pour  $\bar{X}$  de 0 a  $M - 1$  faire
     $\theta \leftarrow \frac{\bar{X}\pi}{M}$ 
     $\alpha \leftarrow -x \sin(\theta) + y \cos(\theta)$ 
     $\bar{y} \leftarrow \frac{N(\alpha + D/2)}{D}$ 
     $\bar{Y} \leftarrow \text{arrondi}(\bar{y})$ 
     $T(\bar{X}, \bar{Y}) \leftarrow T(\bar{X}, \bar{Y}) + 1$ 
fin_pour

```

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

// ajouter la courbe correspondant à (x, y) dans le tableau T

// version 2

pour \bar{X} **de** 0 **a** $M - 1$ **faire**

$$\theta \leftarrow \frac{\bar{X}\pi}{M}$$

$$\alpha \leftarrow -x \sin(\theta) + y \cos(\theta)$$

$$\bar{y} \leftarrow \frac{N(\alpha + D/2)}{D}$$

$$\bar{Y} \leftarrow \text{arrondi_inferieur}(\bar{y}), \quad dy \leftarrow \bar{y} - \bar{Y}$$

$$T(\bar{X}, \bar{Y}) \leftarrow T(\bar{X}, \bar{Y}) + 1 - dy$$

$$T(\bar{X}, \bar{Y} + 1) \leftarrow T(\bar{X}, \bar{Y} + 1) + dy$$

fin_pour

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

// (2) - normalisation de T

$v_{max} \leftarrow \max(T)$

pour_tout indice (\bar{X}, \bar{Y}) de T **faire**

$T(\bar{X}, \bar{Y}) \leftarrow \frac{T(\bar{X}, \bar{Y})}{v_{max}}$

fin_pour

// les valeurs de T sont entre 0.0 et 1.0

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

Une fois T calculée et normalisée, rechercher les maxima locaux de T
 (\bar{X}, \bar{Y}) est un maximum local de T :

$$T(\bar{X}, \bar{Y}) = \max_{-d \leq i, j \leq d} T(\bar{X} + i, \bar{Y} + j)$$

avec d *distance de voisinage* (entier strictement positif) fixé à l'avance

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

Une fois T calculée et normalisée, rechercher les maxima locaux de T
 (\bar{X}, \bar{Y}) est un maximum local de T :

$$T(\bar{X}, \bar{Y}) = \max_{-d \leq i, j \leq d} T(\bar{X} + i, \bar{Y} + j)$$

avec d *distance de voisinage* (entier strictement positif) fixé à l'avance

- maximum local (\bar{X}, \bar{Y}) de T
 $\rightarrow \theta = \frac{\bar{X}\pi}{M}$ et $\alpha = \frac{D\bar{Y}}{N} - \frac{D}{2}$
 \rightarrow droite $\mathcal{D}(\theta, \alpha)$

Détection de droite par transformée de Hough

L'algorithme

Une fois T calculée et normalisée, rechercher les maxima locaux de T
 (\bar{X}, \bar{Y}) est un maximum local de T :

$$T(\bar{X}, \bar{Y}) = \max_{-d \leq i, j \leq d} T(\bar{X} + i, \bar{Y} + j)$$

avec d *distance de voisinage* (entier strictement positif) fixé à l'avance

- maximum local (\bar{X}, \bar{Y}) de T

$$\rightarrow \theta = \frac{\bar{X}\pi}{M} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{D\bar{Y}}{N} - \frac{D}{2}$$

\rightarrow droite $\mathcal{D}(\theta, \alpha)$

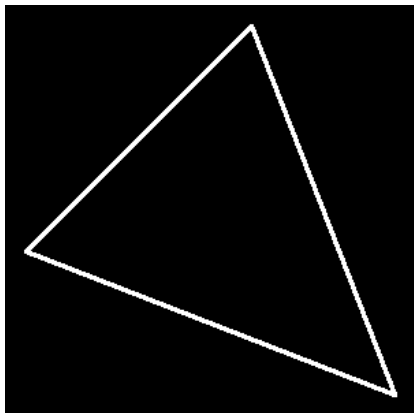
- ne considérer que les maxima locaux supérieurs à un seuil s fixé à l'avance ($0 \leq s \leq 1$)

Détection de droite par transformée de Hough

Un exemple

Détection de droite par transformée de Hough

Un exemple



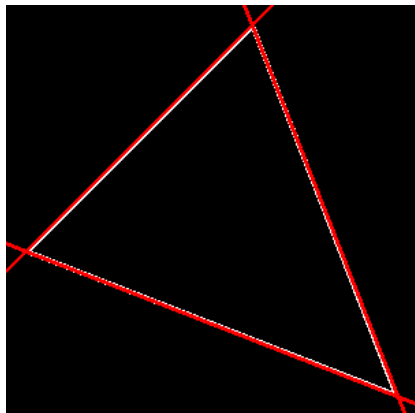
Image



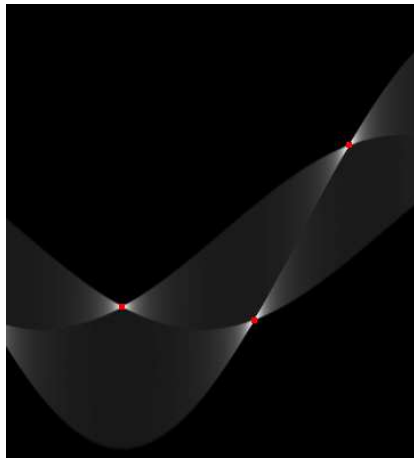
Transformée de Hough

Détection de droite par transformée de Hough

Un exemple



Image



Transformée de Hough

