

# Approche Multi Sorties de la Transmission de Données Basée sur la Synchronisation de Système Chaotique

G. Zheng<sup>1</sup> J-P Barbot<sup>1</sup> D. Boutat<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Equipe Commande des Systèmes (ECS), ENSEA,  
6 Av. du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise.  
{zheng,barbot}@ensea.fr

<sup>2</sup>LVR, ENSI-Bourges/Université d'Orléans,  
10, Bd. Lahitolle, 18020 Bourges.  
driss.boutat@ensi-bourges.fr

*Résumé*— Dans cet article, nous proposons une nouvelle approche pour construire un système sécurisé de transmission de données avec des entrées multiples. Cette méthode, contrairement aux schémas traditionnels, permet d'utiliser des messages d'amplitude importantes. Pour justifier notre méthode, un exemple basé sur un système chaotique de dimension 4 est présenté à la fin du papier.

**Mots Clés** : Chaos, Transmission de Données, Amplitude, Observabilité, Mode Glissant, Observateur

## I. INTRODUCTION

Pendant la dernière décennie, la synchronisation des systèmes chaotiques et son application potentielle à la transmission de données a suscité beaucoup d'attention depuis que Pecora et Carrol ont proposé une méthode pour synchroniser deux systèmes chaotiques identiques [1]. Depuis, beaucoup de systèmes basés sur la théorie du chaos ont été proposés, ils peuvent être classifiés en quatre catégories : addition chaotique [4], commutation chaotique [5], modulation chaotique [6] et l'inversion de système [2].

Cependant, Les quatre méthodes de transmission de données basée sur le chaos mentionnées précédemment possèdent le même inconvénient : l'amplitude du messages confidentiels doit être significativement plus petite que celle du signal chaotique. Cet article propose un nouveau schéma pour surmonter cet inconvénient. L'idée fondamentale de cette nouvelle approche est de séparer les fonctions de synchronisation et de chiffrement, qui ne sont réalisées que par un signal scalaire unique dans les schémas traditionnels. Notre schéma est basé sur la théorie d'inversion à gauche, ce qui nous conduit à l'étudier comme un problème de synthèse d'observateur multi sorties [3].

Cet article est organisé comme suit : dans la section II, une présentation brève du problème et le but de notre travail sont donnés. Dans la troisième section, après une analyse de l'inversion à gauche, nous proposons notre schéma d'observateur à entrées inconnues afin de concevoir un système de transmission de données avec des entrées multiples appliqué à un système chaotique. Ensuite, nous utilisons la théorie des modes glissants pour concevoir un observateur. Un exemple sera donné afin de souligner l'intérêt

de la méthode proposée dans la section IV. Cet article se terminera par des commentaires.

## II. ANALYSE DES MÉTHODES CLASSIQUES

Dans un premier temps, nous allons mettre en évidence pourquoi l'amplitude du message dans les schémas classiques devrait être significativement plus petit que celle du signal du système chaotique. Par exemple dans le schéma par addition, la contrainte fondamentale de celui-ci est que le spectre du signal chaotique doit être continu et infiniment plus large, et de densité de puissance plus élevé que le signal à cacher. En d'autre termes, le spectre de puissance du message doit être caché dans celui du signal chaotique. Par conséquent, afin de maintenir la synchronisation entre l'émetteur et le récepteur, et s'assurer que le signal chaotique masque le message, la dynamique du message doit être en énergie plus petite que celle de signal chaotique ajouté au message et sa fréquence incluse dans sa bande passante. D'autre part, l'addition du message au signal scalaire dans l'émetteur peut dégrader la qualité de la synchronisation entre l'émetteur et le récepteur, et même entraîner la perte de la synchronisation si le message est de grande amplitude. De même dans le schéma de modulation, le message doit être plus petit que le signal chaotique pour ne pas casser le comportement chaotique du système.

Après analyse, nous avons constaté que la raison principale de limiter l'amplitude du message, dans les schémas traditionnels, est que nous utilisons seulement un signal scalaire pour à la fois synchroniser l'émetteur et le récepteur et aussi transmettre le message. Ainsi ce signal scalaire joue deux rôles : la synchronisation et la transmission de message. C'est pourquoi un juste équilibre doit être trouvé. Si le message est trop grand il y a des difficultés de synchronisation, ou alors le comportement chaotique du système original est détruit. De plus si le message chaotique est trop petit, il est indissociable du bruit. Ainsi si nous séparons les deux tâches en employant plus de signaux, nous pouvons accroître l'amplitude du message sans nous heurter à ce dilemme.

A partir de cette idée, nous proposons un nouveau schéma où l'émetteur est considéré comme un système

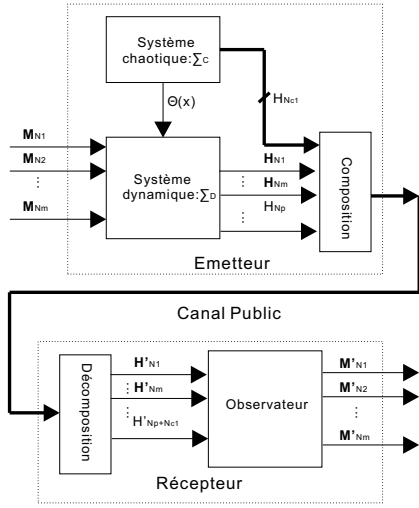


Fig. 1. Le schéma basé sur les sous systèmes combinés concernant l'amplitude de message

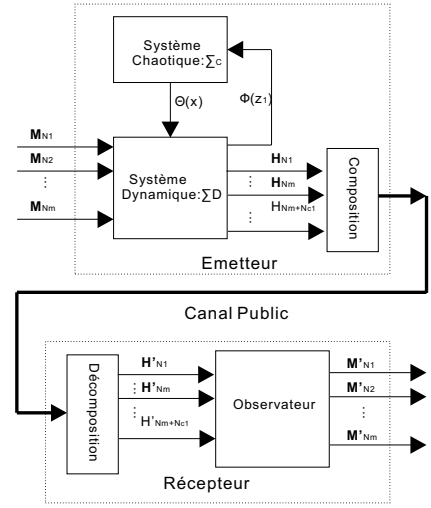


Fig. 2. Le schéma amélioré basé sur les sous systèmes combinés concernant l'amplitude de message

multi sorties possédant de multiple entrées inconnues, ainsi nous devons résoudre la synthèse d'un observateur afin de solutionner le problème d'inversion à gauche pour un système multi entrées multi sorties.

### III. NOUVEAU SCHÉMA

Rappelons que, dans les schémas traditionnels, un signal scalaire unique est transmis au récepteur, mais ce signal joue deux rôles en même temps : il représente le message codé, et il synchronise le système.

Nous proposons un schéma afin d'utiliser un nombre important de messages avec des amplitudes non négligeables par rapport au signal chaotique. La figure 1 présente le schéma bloc du système.

Dans ce schéma, l'émetteur est composé d'un système chaotique :  $\Sigma_C \in R^{N_C}$ , pour générer le signal chaotique, et un système dynamique (celui-ci peut être aussi chaotique) :  $\Sigma_D \in R^{N_D}$ , pour chiffrer les messages. Et toutes les sorties de  $\Sigma_D$  et une partie des sorties de  $\Sigma_C$  :  $H_{N_{C1}}$  sont utilisées afin de concevoir un observateur.

L'idée principale est que les entrées sont premièrement mélangées par le système dynamique, et non pas directement par le système chaotique. Ensuite, afin d'utiliser la caractéristique du système chaotique, on ajoute une fonction  $\theta(x) \in R^{N_\theta} \subset R^{N_C}$  au système dynamique. Selon la figure 1, la synchronisation est réalisée par la sortie de  $\Sigma_C$  :  $H_{N_{C1}} \in R^{N_{C1}} \subset R^{N_C}$ . Et la sortie de  $\Sigma_D$  :  $(H_{N1}, \dots, H_{Np})^T \in R^{N_{DO}}$  est utilisée pour représenter les messages codés. Ainsi, l'amplitude du message peut être augmentée. La version mono entrée mono sortie de ce schéma est exactement identique à celle de [9], dans laquelle les auteurs ont utilisé l'échantillon impulsif de  $\Sigma_C$ , au lieu de  $H_{N_{C1}}$ , pour réaliser la synchronisation.

Afin d'augmenter la sécurité, au lieu de transmettre  $H_{N_{C1}}$  directement au récepteur, on essaie de le reconstruire par la sortie de  $\Sigma_D$ . Ainsi, on doit ajouter au moins  $N_{C1}$  signaux à la sortie du système  $\Sigma_D$  afin de récupérer le si-

gnal de synchronisation pour le système  $\Sigma_C$ , donc  $N_{DO}$  dans la figure 2 est supérieur ou égal à la somme de  $N_p$  et  $N_{C1}$  dans la figure 1. De plus, puisque le système chaotique n'est pas en fonction des entrées inconnues, une autre idée est de combiner le système  $\Sigma_C$  et le système  $\Sigma_D$  avec  $\phi(z_1) \in R^{N_\phi} \subset R^{N_{D1}}$ , qui est une petite fonction d'une partie des états de  $\Sigma_D$  afin de ne pas casser le comportement chaotique de système  $\Sigma_C$ . Ces idées complémentaires nous donnent le schéma amélioré de la figure 2.

Dans ce schéma, nous supposons que l'émetteur est observable et qu'il peut être décrit comme suit :

$$\Sigma_C : \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = f_C(x, \phi(z_1)) \\ \dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = f_D(z, \theta(x)) + \sum_{i=1}^{N_m} g_i(z, \theta(x)) m_i \end{cases}$$

$$\Sigma_D : \begin{cases} = \begin{bmatrix} f_{D1}(z, \theta(x)) \\ f_{D2}(z, \theta(x)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_m} g_{i1}(z, \theta(x)) m_i \\ \sum_{i=1}^{N_m} g_{i2}(z, \theta(x)) m_i \end{bmatrix} \\ y_D = h_D(z) \end{cases} \quad (1)$$

où  $x = (x_1^T, x_2^T)^T \in R^{N_C}$ ,  $z = (z_1^T, z_2^T)^T \in R^{N_D}$  sont les vecteurs d'état du système chaotique  $\Sigma_C$  et du système dynamique  $\Sigma_D$ . Ceux-ci peuvent être divisés comme suit :  $x_1 \in R^{N_{C1}}$  et  $x_2 \in R^{N_{C2}}$ ,  $z_1 \in R^{N_{D1}}$  et  $z_2 \in R^{N_{D2}}$ , où  $x_1$  et  $z_1$  sont les états qui peuvent être récupérés à partir de  $y_D$  à l'aide d'un observateur, et ceci indépendamment de  $m$ . Et  $x_2$  et  $z_2$  représentent respectivement l'espace complémentaire de  $x$  et  $z$ .  $m = [m_1 \ \dots \ m_{N_m}]^T \in R^{N_m}$  sont les entrées inconnues, et  $\phi(z_1) \in R^{N_\phi} \subset R^{N_{D1}}$ ,  $\theta(x) \in R^{N_\theta} \subset R^{N_C}$ . De plus, les fonctions  $f_C : R^{N_C} \times R^{N_\phi} \rightarrow R^{N_C}$ ,  $f_{D1} : R^{N_D} \times R^{N_\theta} \rightarrow R^{N_{D1}}$ ,  $f_{D2} : R^{N_D} \times R^{N_\theta} \rightarrow R^{N_{D2}}$ ,  $g_{i1} \in R^{N_D} \times R^{N_\theta} \rightarrow R^{N_{D1}}$ ,  $g_{i2} \in R^{N_D} \times R^{N_\theta} \rightarrow R^{N_{D2}}$  et  $h_D : R^{N_D} \times R^{N_{DO}}$  sont analytiques.

Dans ce schéma, puisque  $x_1$  et  $z_1$  peuvent être récupérés directement à partir de  $y_D$  sans connaître  $m$ , pour le système  $\Sigma_C$ , il est possible d'estimer tous les états avec la connaissance de  $x_1$  et de l'entrée connue  $z_1$ . Ensuite,

pour le système  $\Sigma_D$ , et avec la connaissance de  $y_D$  et de l'entrée connue  $\theta(x)$ , on peut aussi récupérer tous les états et toute entrée inconnue  $m$ . Ainsi afin de pouvoir reconstruire toutes les entrées inconnues du (1), nous supposons que, pour le système (1), le problème d'inversion à gauche peut être résolu.

*Remarque 1:* Cette hypothèse peut être garantie par un choix approprié des fonctions :  $f_D$ ,  $f_C$  et  $g$ . De plus, nous pouvons déterminer  $x_1$  à partir du choix des sorties du sous système  $\Sigma_C$ . En [10], un algorithme d'inversion à gauche a été proposé et des conditions suffisantes d'inversion à gauche ont été exhibés.

#### IV. SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR

Comme mentionné précédemment, nous considérons la réalisation du récepteur comme un problème de conception d'observateur basé sur la théorie de l'inversion à gauche. Alors nous pouvons concevoir un observateur à mode glissant étape par étape comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_C : \dot{\hat{x}} &= E_x \lambda_3 \text{sign}(\tilde{x} - \hat{x}) \\ \hat{\Sigma}_{D_1} : \dot{\hat{z}}_1 &= E_{D_1} \lambda_1 \text{sign}(\tilde{z}_1 - \hat{z}_1) \\ \hat{\Sigma}_{D_2} : \dot{\hat{z}}_2 &= E_{D_2} \lambda_2 \text{sign}(\tilde{z}_2 - \hat{z}_2) \end{aligned} \quad (2)$$

où

$$\lambda_i = \begin{bmatrix} \lambda_{i,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{i,N_{D_i}} \end{bmatrix}, i \in [1, 2]$$

$$\lambda_3 = \begin{bmatrix} \lambda_{3,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{3,N_C} \end{bmatrix}$$

et

$$\text{sign}(\tilde{z}_i - \hat{z}_i) = \begin{bmatrix} \text{sign}(\tilde{z}_{i,1} - \hat{z}_{i,1}) \\ \vdots \\ \text{sign}(\tilde{z}_{i,N_{D_i}} - \hat{z}_{i,N_{D_i}}) \end{bmatrix}, i \in [1, 2]$$

$$\text{sign}(\tilde{x} - \hat{x}) = \begin{bmatrix} \text{sign}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1) \\ \vdots \\ \text{sign}(\tilde{x}_{N_C} - \hat{x}_{N_C}) \end{bmatrix}$$

$$E_x = \begin{bmatrix} E_{x_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & E_{x_{N_C}} \end{bmatrix},$$

où pour  $i \in [1, N_C]$ ,

$$E_{x_i} = \begin{cases} 1 & \text{si } E_{x_{i-1}} = 1 \text{ et } \tilde{x}_{i-1} = \hat{x}_{i-1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et

$$E_{D_i} = \begin{bmatrix} E_{D_{i,1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & E_{D_{i,N_{D_i}}} \end{bmatrix},$$

où pour  $i \in [1, 2], j \in [1, N_{D_i}]$ ,

$$E_{D_{i,j}} = \begin{cases} 1 & \text{si } E_{D_{i,j-1}} = 1 \text{ et } \tilde{z}_{i,j-1} = \hat{z}_{i,j-1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les  $\tilde{z}_{1,j}$  sont les solutions explicites ou implicites de l'équation suivante :

$$\tilde{z}_{1,j} = \begin{cases} z_{1,j} \mid f_{D_{1,j}}(\tilde{z}_{1,1}, \dots, \tilde{z}_{1,j-1}, z_{1,j}, \dots, z_{1,N_{D_1}}, z_2, x) \\ + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{1,j}}(\tilde{z}_{1,1}, \dots, \tilde{z}_{1,j-1}, z_{1,j}, \dots, z_{1,N_{D_1}}, z_2, x) m_i \\ = E_{D_{1,j}} \lambda_{1,j} \text{sign}(\tilde{z}_{1,j} - \hat{z}_{1,j}), j \in [1, N_{D_1}] \end{cases} \quad (3)$$

et les mêmes solutions pour  $\tilde{x}_j$  et  $\tilde{z}_{2,j}$  :

$$\tilde{x}_j = \begin{cases} x_j \mid f_C(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_{j-1}, x_j, \dots, x_{N_C}, \tilde{z}_1) \\ = E_{x_j} \lambda_{3,j} \text{sign}(\tilde{x}_j - \hat{x}_j), j \in [1, N_C] \end{cases} \quad (4)$$

$$\tilde{z}_{2,j} = \begin{cases} z_{2,j} \mid f_{D_{2,j}}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_{2,1}, \dots, \tilde{z}_{2,j-1}, z_{2,j}, \dots, z_{2,N_{D_2}}, x) \\ + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{2,j}}(\tilde{z}_1, \tilde{z}_{2,1}, \dots, \tilde{z}_{2,j-1}, z_{2,j}, \dots, z_{2,N_{D_2}}, x) m_i \\ = E_{D_{2,j}} \lambda_{2,j} \text{sign}(\tilde{z}_{2,j} - \hat{z}_{2,j}), j \in [1, N_{D_2}] \end{cases} \quad (5)$$

*Preuve :*

Nous posons  $e_{z_{i,j}} = z_{i,j} - \hat{z}_{i,j}$ ,  $i \in [1, 2]$ ,  $j \in [1, N_{D_i}]$ , et  $e_{x,k} = x_k - \hat{x}_k$ ,  $k \in [1, N_C]$ .

**Première partie :**

Supposons que dans la  $(j-1)^{\text{ème}}$  étape nous obtenons

$$\tilde{z}_{1,j-1} = z_{1,j-1}$$

et  $E_{D_{1,j}} = 1$ .

Alors, pour la  $j^{\text{ème}}$  étape nous avons :

$$\dot{e}_{z_{1,j}} = \begin{bmatrix} f_{D_{1,j}}(z, x) + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{1,j}}(z, x) m_i \\ -E_{D_{1,j}} \lambda_{1,j} \text{sign}(\tilde{z}_{1,j} - \hat{z}_{1,j}) \end{bmatrix}$$

Nous choisissons une fonction de Lyapunov comme suit

$$V_{1,j} = \frac{1}{2} e_{z_{1,j}}^2$$

Grâce à  $E_{D_{1,j}} = 1$ , nous avons

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1,j} &= \dot{e}_{z_{1,j}} e_{z_{1,j}} \\ &= e_{z_{1,j}} \begin{bmatrix} f_{D_{1,j}}(z, x) + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{1,j}}(z, x) m_i \\ -\lambda_{1,j} \text{sign}(e_{z_{1,j}}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Donc si  $\lambda_{1,j} > \left| f_{D_{1,j}}(z, x) + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{1,j}}(z, x) m_i \right|_{\max}$ ,  $\dot{V}_{1,j} < 0$ , alors il existe  $t_{1,j}$ , tel que si  $t > t_{1,j} > t_{1,j-1}$ ,  $e_{z_{1,j}} = \dot{e}_{z_{1,j}} = 0$ , et nous obtenons

$$f_{D_{1,j}}(z, x) + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{1,j}}(z, x) m_i = \lambda_{1,j} \text{sign}(e_{z_{1,j}}) \quad (6)$$

L'équation (6) est identique à (3) et nous obtenons la solution explicite ou implicite suivante :

$$\tilde{z}_{1,j} = z_{1,j}$$

et d'après la définition de  $E_{D_1}$ , nous posons  $E_{D_{1,j+1}} = 1$ .

Donc nous pouvons récupérer les composantes du vecteur  $z_1$  étape par étape. De plus, si nous choisissons bien

les fonctions  $f_{D_1}(z, x)$  et  $g_{i_1}(z, x)$ , nous pouvons reconstruire les composantes du vecteur  $x_1$  également à partir de l'équation (6).

### Deuxième partie :

Nous avons la dynamique d'erreur d'observation sur  $x$  qui est de la forme suivante :

$$\dot{e}_{x_j} = f_{C_j}(x, z_1) - E_{x_j} \lambda_{2,j} \text{sign}(\tilde{x}_j - \hat{x}_j), \quad j \in [1, N_C]$$

Ainsi si  $\lambda_{2,j} > |f_{C_j}(x, z_1)|_{\max}$ , il existe  $t_{2,j}$ , tel que si  $t > t_{2,j} > t_{2,j-1}$ ,  $e_{x_j} = \dot{e}_{x_j} = 0$ , et nous obtenons :

$$f_{C_j}(x, z_1) = \lambda_{2,j} \text{sign}(\tilde{x}_j - \hat{x}_j) \quad (7)$$

Par analogie avec la première partie et en référence avec l'équation (4), nous avons :

$$\tilde{x}_j = x_j$$

et  $E_{x_{j+1}} = 1$ .

### Dernière partie :

Nous avons la dynamique d'erreur d'observation de  $z_2$  qui est de la forme suivante :

$$\dot{e}_{z_{2,j}} = \begin{bmatrix} f_{D_{2,j}}(z, x) + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{2,j}}(z, x) m_i \\ -E_{D_{2,j}} \lambda_{3,j} \text{sign}(\tilde{z}_{2,j} - \hat{z}_{2,j}) \end{bmatrix}, \quad j \in [1, N_{D2}]$$

De la même façon, si  $\lambda_{3,j} > |f_{D_{2,j}}(z, x) + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{2,j}}(z, x) m_i|_{\max}$ , il existe  $t_{3,j}$ , tel que si  $t > t_{3,j} > t_{3,j-1}$ ,  $e_{z_{2,j}} = \dot{e}_{z_{2,j}} = 0$ , et nous obtenons :

$$f_{D_{2,j}}(z, x) + \sum_{i=1}^{N_m} g_{i_{2,j}}(z, x) m_i = \lambda_{3,j} \text{sign}(\tilde{z}_{2,j} - \hat{z}_{2,j}) \quad (8)$$

Avec l'équation (5) et les même arguments que précédemment, nous trouvons :

$$\tilde{z}_{2,j} = z_{2,j}$$

et

$$E_{D_{2,j+1}} = 1$$

Ensuite, à partir des équations (7) et (8), nous pouvons reconstruire tous les messages inconnus, car nous avons récupéré tous les états du système (1).

## V. EXEMPLE

Nous utilisons le circuit du Chua comme oscillateur chaotique et un système dynamique arbitraire pour mettre en application le schéma proposé, ceci afin de coder deux messages avec des entrées de grands amplitudes tout en garantissant que le système global reste chaotique.

Le circuit de Chua est donné par [7] :

$$\Sigma_C : \dot{x} = \begin{bmatrix} -\alpha (x_1 - x_2 - \bar{f}(x_1)) \\ x_1 - x_2 + x_3 \\ -\beta x_2 - \gamma x_3 + \rho z_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$ , et  $\gamma$  sont trois constantes et  $\bar{f}(x_1)$  est la caractéristique linéaire par morceaux de la diode du Chua, qui est donnée comme suit

$$\bar{f}(x_1) = bx_1 + \frac{1}{2} (a - b) (|x_1 + 1| - |x_1 - 1|)$$

où  $a < b < 0$  sont deux constantes. Et  $\rho$  est une petite constante qui ne doit pas casser le comportement chaotique du système (9),  $z_3$  est un des états du sous système suivant :

$$\Sigma_D : \dot{z} = \begin{bmatrix} -ez_1 + kx_1 \\ -\omega z_3 \\ -gz_3 + \omega z_2 + qx_1 \\ -lz_4 + z_3 + nx_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 m_1 \\ 0 \\ x_2 m_1 \\ x_3 m_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

où  $e$ ,  $k$ ,  $\omega$ ,  $g$ ,  $q$ ,  $l$  et  $n$  sont constantes, et  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  sont

les états définis dans le système (9). Et  $m_1$ ,  $m_2$  sont deux messages confidentiels.

A partir du système (9), il est évident que nous avons besoin seulement d'une sortie pour observer tous ses états, ainsi nous n'avons besoin que de trois sorties du système dynamique pour réaliser les deux tâches de la synchronisation et du chiffrement. Par conséquent, nous choisissons  $y = (z_1 \ z_2 \ z_4)^T$ .

L'observateur à mode glissant est conçu ici afin de reconstruire tous les états et tous les messages confidentiels

$$\hat{\Sigma}_C : \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = E_2 \kappa_1 \text{sign}(\tilde{x}_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = E_3 \kappa_2 \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \end{cases} \quad (11)$$

$$\hat{\Sigma}_D : \begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 = \lambda_2 \text{sign}(z_1 - \hat{z}_1) \\ \dot{\hat{z}}_2 = \lambda_1 \text{sign}(z_2 - \hat{z}_2) \\ \dot{\hat{z}}_3 = E_1 \lambda_3 \text{sign}(\tilde{z}_3 - \hat{z}_3) \\ \dot{\hat{z}}_4 = E_4 \lambda_4 \text{sign}(z_4 - \hat{z}_4) \end{cases}$$

où

$$\tilde{z}_3 = \frac{E_1 \lambda_1 \text{sign}(z_1 - \hat{z}_1)}{\omega}$$

$$\tilde{x}_1 = \frac{\begin{bmatrix} \lambda_2 \text{sign}(z_1 - \hat{z}_1) + ez_1 - g\tilde{z}_3 + wz_2 \\ -E_1 \lambda_3 \text{sign}(\tilde{z}_3 - \hat{z}_3) \end{bmatrix}}{k - q}$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{E_2 \kappa_1 \text{sign}(e_1 \tilde{x}_1 - \hat{x}_1)}{\alpha} + \tilde{x}_1 - \bar{f}(\tilde{x}_1)$$

$$\tilde{x}_3 = \hat{x}_3 + E_3 \kappa_1 \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) - \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2$$

avec

$$E_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } z_2 = \hat{z}_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$E_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } E_1 = 1 \text{ et } \tilde{x}_1 = \hat{x}_1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$E_3 = \begin{cases} 1 & \text{si } E_2 = 1 \text{ et } \tilde{x}_2 = \hat{x}_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$E_4 = \begin{cases} 1 & \text{si } E_3 = 1 \text{ et } z_4 = \hat{z}_4 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

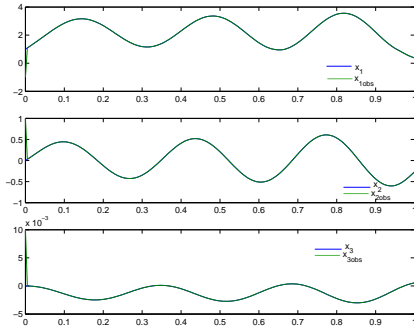


Fig. 3. Résultat des états du système chaotique

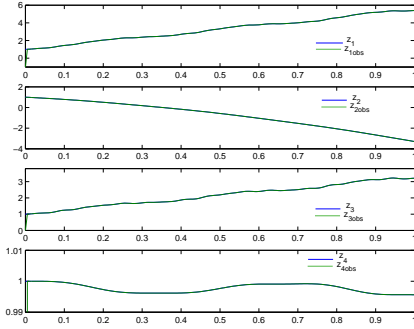


Fig. 4. Résultat des états du système dynamique

Alors nous pouvons obtenir

$$\tilde{m}_1 = \frac{\lambda_2 \text{sign}(z_1 - \hat{z}_1) - k\tilde{x}_1 + ez_1}{\tilde{x}_2}$$

$$\tilde{m}_2 = \frac{E_4 \lambda_4 \text{sign}(z_4 - \hat{z}_4) + lz_4 - \tilde{z}_3 - n\tilde{x}_2}{\tilde{x}_3}$$

La Fig. 3 donne les états du système (9) et ceux de l'observateur, la Fig. 4 montre les états du système (10) et ceux de l'observateur et la Fig. 5 illustre les messages originaux et les messages récupérés. Nous pouvons voir que les états du système (9) et système (10) convergent ceux de l'observateur en temps finit. Après les convergences des états, les messages confidentiels peuvent être reconstruits en temps finit.

## VI. CONCLUSION

Dans les schémas traditionnels, l'amplitude du message ne peut pas être très grande par rapport à celle du signal chaotique. Pour contourner cet inconvénient, cet article a proposé un nouveau schéma qui utilise un système

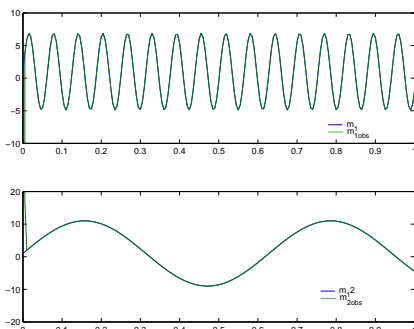


Fig. 5. Résultat des messages inconnus

chaotique multi entrées multi sorties. La transmission de données a été construite grâce à la méthode proposée, ceci illustre parfaitement la faisabilité de cette méthode.

## RÉFÉRENCES

- [1] L. M. Pecora and T. L. Carroll, "Synchronization in chaotic systems", *Physical Review Letters* 64, 821-824, 1990
- [2] U. Feldmanne, M. Hasler and W. Schwarz, "Communication by chaotic signals : The inverse system approach", *Int. J. Circuit Theory and Applications* 24. 551-576, 1996
- [3] H. Nijmeijer and I. M. Y. Mareels, "An observer looks at synchronization", *IEEE Trans. on Circuits and Systems-1 : Fundamental theory and Applications*, Vol 44, No 10, pp 882-891, 1997
- [4] L. Kovarev, K. S. Eckert, L. O. Chua and U. Parlitz, "Experimental demonstration of secure communications via chaotic synchronization", *Int. J. Bifurcation and Chaos* 2, 709-713, 1992.
- [5] U. Parlitz, L. O. Chua, L. Kovarev et al, "Transmission of digital signals by chaotic synchronization", *Int. J. Bifurcation and Chaos* 2, 973-977, 1992.
- [6] C. W. Wu and L. O. Chua, "A simple way to synchronize chaotic systems with applications to secure communications systems", *Int. J. Bifurcation and Chaos* 3, 1619-1627, 1993.
- [7] L. O. Chua, "Global unfolding of Chua's circuit", *IEICE Trans. Fundamentals*, 704-734, 1993.
- [8] T. Yang, "A survey of chaotic secure communication systems", *Int. J. Comp. Cognition*, vol. 2, No. 2, 81-130, 2004.
- [9] T. Yang, L.O. Chua, "Impulsive stabilization for control and synchronization of chaotic systems : Theory and application to secure communication", *IEEE Trans. Circuits and Systems-I* 44, 976-988, 1997.
- [10] W. Perruquetti and J.P. Barbot, "Sliding Mode Control in Engineering", M. Dekker, 2002.