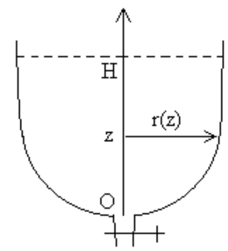
TP 4 : Vidange d'un réservoir de forme donnée

Le but de ce TP est d'étudier une équation différentielle intervenant dans un cas pratique et de manipuler Scilab pour en proposer une solution numérique approchée.

La figure ci-dessous représente un réservoir à symétrie de révolution de rayon $r(z)$ variant continûment avec la cote z.

A l'instant initial le fluide est à la hauteur H. Il se vide par un orifice de rayon $r(0) = r_0$ en $z = 0$, très petit devant $r(H)$. On note $z(t)$ la hauteur du fluide dans le réservoir à l'instant t.



1. En écrivant la conservation du débit entre la cote z et la cote 0, ainsi que la conservation de l'énergie totale du fluide, on trouve sous l'hypothèse de petitesse de l'orifice dévacuation que la vitesse de descente de la surface de l'eau est approximativement

$$v(z) \approx \sqrt{2gz}\left(\frac{r_0}{r(z)}\right)^2$$

   En déduire une équation différentielle vérifiée par la hauteur d'eau $z(t)$ dans le réservoir.

2. Utilisez Scilab (procédure ode) pour résoudre cette équation. Cette procédure nécessite une fonction auxiliaire décrivant le second membre de l'équation différentielle. Un fichier exemple est fourni pour le cas d'un réservoir cylindrique sur la page

   `http ://ljk.imag.fr/membres/Emmanuel.Maitre/map24x`

   Tracez la hauteur de liquide en fonction du temps. On prendra comme paramètres : le rayon du cylindre $R = 1m$, le rayon de l'orifice $r = 0.1m$, la hauteur initiale $h_0 = 2m$. Déterminer le temps de vidange en lançant le programme ci-dessus jusqu'à un temps tel que le niveau de l'eau soit nul.

3. Essayez avec un réservoir en forme de sphère en choisissant plusieurs hauteurs d'eau. Tracer les courbes correspondantes. Déterminer le temps de vidange.

4. A volume égal, lequel des deux réservoirs ci-dessus se vide le plus rapidement ?

5. Etudier la vidange d'un réservoir d'une autre forme (parabolique, conique, etc ...) et comparer les temps de vidange à volume constant.