TP 11 : Séries de Fourier

Composition d'un signal Considérons la somme de deux fonctions sinus de fréquence différentes :

```
-->delta = (2*%pi)/240;
-->x = 0:delta:2*%pi;
-->a = sin(x) - (1/2)*sin(2*x);
-->plot(x, a)
```

puis de trois

```
b = sin(x) - (1/2)*sin(2*x) + (1/3)*sin(3*x); plot(x,b);
```

1. Plus généralement écrire une fonction `somme(n,x)` qui pour un entier n et un vecteur x renvoie la somme $\sin(x)-(1/2)*\sin(2*x)+(1/3)*\sin(3*x)+\cdots+(-1)^{n-1}(1/n)\sin(nx)$ et tracer le graphe correspondant pour $n=10,20,50,200$.
2. Vers quel signal (donner sa définition analytique) cette somme de sinus semble-t-elle converger ? Déterminer l'expression analytique de cette fonction (par morceaux), créer une fonction Scilab `scie(x)` et tracer sur la même courbe `scie.sci` et `somme(200,x)`.
3. On considère la fonction suivante calculant l'intégrale d'une suite de valeurs sur l'intervalle $[0,2/pi]$ par la méthode simple des rectangles :

   ```
   -->function [r] = integre(a)
   -->  r = sum(a)*(2*%pi)/240
   -->endfunction
   ```

   Essayons sur la fonction simple sinus : $sin(x)$.

   ```
   -->x = 0:delta:(2*%pi-delta)
   -->integre(sin(x))
   ```

   Le résultat trouvé est-il normal ?
4. Tracer maintenant la courbe correspondant à la fonction $(\sin x)(-\sin x)$, puis calculer son intégrale.
5. De même tracer la courbe correspondant à la fonction $(\sin 2x)(-\sin x)$, puis calculer son intégrale.
6. Soit `b=sin(x) - (1/2)*sin(2*x) + (1/3)*sin(3*x) - (1/4)*sin(4*x)`. Calculer successivement : `integre(b.*(-sin(x)))`, `integre(b.*(-sin(2*x)))`, `integre(b.*(-sin(3*x)))`, `integre(b.*(-sin(4*x)))`, et diviser les résultats obtenus par π. Que trouve-ton ?
7. Ecrire deux procédures `an(f,n,T)` et `bn(f,n,T)` calculant les coefficients de Fourier d'une fonction f périodique de période T.
8. Appliquer à la somme de sinus ci-dessus les fonctions `an,bn` et commenter les résultats.
9. Créer une fonction `fourier(f,n,x,T)` retournant pour une fonction f, un entier n et un vecteur de valeurs x, la valeur en x de la somme partielle jusqu'à l'ordre n de la série de Fourier de f.
10. Appliquer à la fonction `scie(x)` et retrouver les résultats ci-dessus. Essayer la procédure sur d'autres fonctions (créneau).