TP 10 : Travaux pratiques surveillés

Exercice 1 (Théorème du point fixe)
Le but de cet exercice est de proposer une méthode pour trouver un point fixe d'une fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, c'est à dire un point x tel que $f(x) = x$. NB : si vous n'arrivez pas à créer la fonction `iter` *de la question 4. vous pouvez néanmoins faire la question 6. en itérant "à la main".*

1. *Tracer à l'écran, sur l'intervalle $[1, 2]$, la fonction $f(x) = \arctan(2x)$. La fonction arctangente se note* `atan`*.*
2. *Tracer sur le même graphique la courbe précédente et celle correspondant à la fonction identité $y = x$, toujours sur le même intervalle.*
3. *Exécuter dans la fenêtre de commande de Scilab la commande* `[n1,x1,y1]=xclick()`*, puis en cliquant sur le point fixe, déterminer une valeur approchée du point fixe de f sur $[1, 2]$.*
4. *Pour approcher le point fixe on effectue l'itération $u_{n+1} = f(u_n)$ en partant de $u_0 = 1$. Ecrire une fonction Scilab* `iter(g,u0,n)` *qui prend comme arguments une fonction g, un nombre réel u_0 et un entier n, et renvoie la valeur obtenue en appliquant n fois successivement g à $u0$. Par exemple* `iter(f,1,3)` *doit renvoyer la valeur $f(f(f(1)))$.*
5. *Créer une fonction Scilab* `f(x)` *implémentant la fonction $f(x) = \arctan(2x)$.*
6. *Calculer u_5, u_{10}, u_{20} puis $f(u_{20}) - u_{20}$. Le résultat vous paraît-il raisonnable ?*
7. *Reprendre la procédure de dichotomie que vous avez créée au TP 8 (ou télécharger le corrigé sur* `http ://www-ljk.imag.fr/membres/Emmanuel.Maitre/Enseignement/`*). Modifier-la de sorte qu'au lieu de s'arrêter lorsque $|a - b|$ est assez petit, elle s'arrête après n itérations, n étant passé en paramètre. On aura donc une fonction* `ndicho(f,a,b,n)`*.*
8. *Créer la fonction Scilab* `xmf(x)` *renvoyant $x - \arctan(2x)$.*
9. *Calculer le résultat v_{20} obtenu en appliquant* `ndicho` *avec 20 itérations, sur l'intervalle $[1, 2]$, à la fonction $x - \arctan(2x)$. Calculer $f(v_{20}) - v_{20}$.*
10. *Comparer les deux méthodes.*

Exercice 2 (Méthode de la sécante)
Soient f une fonction croissante et convexe (ou décroissante et concave), continue, définie de $[a, b]$ dans $\mathbb{R}$ qui change de signe, et $u \in [a, b]$ tel que $f(u) < 0$. Déterminer l'équation de la droite Δ_u passant par $(u, f(u))$ et $(b, f(b))$. La méthode des sécantes, revient à remplacer le point a par le point d'intersection de Δ_u avec l'axe des x, soit $x = x_1$. Puis on recommence sur l'intervalle $[x_1, b]$.

1. *Compléter la fonction suivante pour qu'elle implémente n itérations de l'algorithme des sécantes.*

```
function res=secante(g,a,b,n)
u=a
for i=1:n
y=g(u)
u=.....à compléter.......
end
res=u
endfunction;
```

2. *Calculer le résultat w_{15} (resp. w_{20}) obtenu en appliquant* `secante` *avec 15 (resp. 20) itérations, sur l'intervalle $[1, 2]$, à la fonction $x - \arctan(2x)$ (qui est croissante et convexe).*
3. *Calculer $f(w_{15}) - w_{15}$ et $f(w_{20}) - w_{20}$. Comparer cette méthode aux deux autres.*