

Td 6 : Transformées de Fourier des Distributions

Exercice 1 Après avoir montré que ce sont des distributions tempérées, calculez les transformées de Fourier des distributions suivantes :

1. 1
2. x^n
3. $\delta^{(n)}$
4. $e^{2i\pi\nu_0 x}$

Exercice 2 Calculez en utilisant la définition de la transformée de Fourier des distributions l'intégrale:

$$\int_{\mathbb{R}} e^{-\pi x^2} \cos(2\pi x) dx$$

Exercice 3 Montrer que si f appartient à $L^1(\mathbb{R})$ ou $L^2(\mathbb{R})$ alors $\widehat{T_f} = T_{\hat{f}}$.

Exercice 4 *Transformée de Fourier de $vp(1/x)$*

1. Montrez que $vp(1/x)$ est une distribution tempérée
2. On rappelle que $xvp(1/x) = 1$, en déduire la transformée de Fourier de $vp(1/x)$

Exercice 5 *Transformée de Fourier de la fonction échelon*

En remarquant que la fonction échelon s'écrit $Y(x) = \frac{1}{2}(\text{sign}(x) + 1)$, calculez sa transformée de Fourier.