Spectre Essentiel des Opérateurs Matriciels et Applications à l'Opérateur de Transport

Dans beaucoup d'applications en physique mathématiques, des informations importantes sont données par la localisation du spectre essentiel. Motivé par la détermination du spectre essentiel de l'opérateur deux groupes de transport dans les espaces L_1, des résultats théoriques sur les opérateurs matriciels 2×2 ont été établi. Dans un premier temps on a étudié le cas où l'opérateur est à domaine maximal puis, en se basant sur l'expression de la résolvante, on a traité un cas plus complexe où le domaine de l'opérateur est non diagonal. Ces résultats sont appliqués pour déterminer le spectre de l'opérateur suivant :

$$\mathcal{A}_H \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1 & K_{12} \\ K_{21} & T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}$$

de domaine :

$$\mathcal{D}(\mathcal{A}_H) := \left\{ \vartheta = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} \in \mathcal{D}(T_1) \times \mathcal{D}(T_2) : \quad \vartheta^i = H\vartheta^o \right\},$$

où $T_i, i = 1, 2,$:

$$\begin{cases} T_i : \mathcal{W}_p \subset X_p \longrightarrow X_p \\ \qquad\qquad f \longmapsto T_i f = -\xi \dfrac{\partial f}{\partial x} - \sigma_i(\xi) f \\ \mathcal{D}(T_i) := \mathcal{W}_p = \left\{ f \in X_p : \quad \xi \frac{\partial f}{\partial x} \in X_p \right\}, \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} H : X_p^o \times X_p^o \longrightarrow X_p^i \times X_p^i \\ \qquad \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} \longmapsto H \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & H_{12} \\ H_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} \end{cases}$$

avec : $H_{kj}, k, j \leq 2$ sont des opérateur bornée, X_p^o et X_p^i sont les espaces traces.