

Université Joseph Fourier Grenoble 1
UFR-IMAG (Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble)
60, rue de la Chimie
BP 53
38041 GRENOBLE CEDEX 9

Master de Recherche 2 informatique, spécialité Synthèse et animation des Mondes Virtuels
Année scolaire : 2007-2008

Illumination réaliste de terrains en temps-réel

Vincent VIDAL *vidal.vince<at>gmail.com*

INRIA Grenoble - Rhône-Alpes, Équipe EVASION
Inovallée
655 Avenue de l'Europe
Montbonnot
38334 Saint Ismier Cedex France

Tuteur de stage : M. Éric Bruneton
Responsable filière : M. Franck Hetroy

Version du rapport : 15 juin 2008

Résumé du rapport

Ce rapport présente une étude sur les transferts radiatifs dans une scène extérieure par temps clair ensoleillé ou nuageux. Cette étude consiste à comprendre l'influence de l'atmosphère terrestre dans les transferts radiatifs tels que les inter-réflexions sol-nuage et sol-sol, mais aussi à déterminer l'influence du sol et des nuages dans la perception des objets distants. De plus, ce rapport s'intéresse aux approximations envisageables pour l'éclairage du terrain pour des sources de lumière diffuses. Les résultats obtenus seront utilisés par la suite dans le cadre du rendu temps-réel de terrains 3D, e.g. pour les inter-réflexions sol-nuages avec des sols de forme quelconque.

Après avoir introduit le cadre de travail du stage, ainsi qu'avoir donné quelques rappels de physique sur les transferts radiatifs, ce rapport présente un état de l'art des méthodes de rendu de scènes extérieures temps-réel, sans aborder la partie spécifique au rendu de la géométrie du terrain. Un modèle de rendu du ciel et un modèle d'éclairage du terrain seront étudiés en détails. Ensuite, le simulateur programmé et validé pendant la plus grande partie de ce stage sera détaillé. Pour terminer, les expérimentations réalisées ainsi que les conclusions obtenues seront énumérées.

Remerciements

Je remercie Monsieur Éric Bruneton pour ses idées, ses remarques et son savoir-faire qu'il m'a transmis pendant ce stage. J'ai apprécié sa disponibilité et son dévouement, ainsi que son soutien. Je tiens aussi à remercier Monsieur Fabrice Neyret pour ses remarques, son envie de perfection et pour sa page Web d'aide à la rédaction d'un rapport de stage.

Pour terminer, je remercie tous les membres de l'équipe EVASION qui m'ont intégré dans leur équipe avec gentillesse. Ce stage restera un excellent souvenir dans ma vie professionnelle.

Table des matières

1	Présentation du projet	1
1.1	Présentation de l'équipe EVASION	1
1.2	Présentation du sujet du stage et du cadre de travail	1
1.3	Objectifs du stage	2
1.4	Méthode de travail	3
2	Transferts radiatifs dans une scène d'extérieur	5
2.1	Généralités	5
2.1.1	Dispersion atmosphérique	5
2.1.2	Réflexions	6
2.2	Définitions des concepts clefs liés aux transferts radiatifs	7
2.2.1	Luminance énergétique ou radiance	7
2.2.2	Luminance	7
2.2.3	Irradiance	7
2.2.4	Fonction de phase	8
2.2.5	Coefficient d'absorption, de dispersion et d'extinction d'une molécule	8
2.2.6	Profondeur optique	9
2.3	Atmosphère terrestre	9
2.3.1	Les nuages	10
2.3.2	Modèle simplifié de base	10
2.3.3	Densité et pression de l'atmosphère	11
2.3.4	Dispersion de Rayleigh (Rayleigh scattering)	11
2.3.5	Dispersion de Mie (Mie scattering)	12
2.4	Equation du transport de la lumière	13
2.4.1	Transmittance, transparence ou facteur d'extinction	14
2.4.2	Lumière directe du soleil	14
2.4.3	Lumière indirecte du ciel	15
2.4.4	Gain d'énergie lumineuse par dispersion entrante	16
2.4.5	Transfert de la lumière aux bords	16
2.4.6	Equation globale du transport de la lumière	17

TABLE DES MATIÈRES

3	État de l'art des méthodes de rendu de scènes extérieures	19
3.1	Rendu de l'atmosphère et du ciel	19
3.1.1	Prise en compte de la dispersion atmosphérique	19
3.1.2	Temps clair ensoleillé	20
3.1.3	Le crépuscule	20
3.1.4	Calcul de la contribution directe du ciel	21
3.2	Modèles pour les nuages	21
3.2.1	Processus de diffusion au sein d'un nuage	21
3.2.2	Interactions entre le sol et la base des nuages	22
3.3	Modèles pour l'éclairement de terrains	22
3.3.1	Pré-calculs des transferts de radiance	22
3.3.2	Pré-calcul de visibilité	23
3.4	Étude de modèles temps-réel	23
3.4.1	Modèle de ciel pour une Terre plate de Riley, Ebert, Kraus, Tessen- dorf et Hansen	23
3.4.2	Modèle d'éclairement de terrain de Steward et Langer repris par Hoffman et Mitchell	24
3.5	Limites des modèles temps-réel étudiés	27
4	Simulateur	29
4.1	Présentation	29
4.2	Hypothèses de simulation	30
4.3	Choix des paramètres de simulation	31
4.3.1	Prédéfinis	31
4.3.2	Pour une simulation	31
4.4	Algorithme itératif de simulation	31
4.4.1	Initialisation	32
4.4.2	Faire une itération	32
4.5	Validation du simulateur	32
4.5.1	Validation informatique	33
4.5.2	Validation par modèles mathématiques simples	33
4.5.3	Validations par des modèles mathématiques existants	37
5	Expérimentations avec le simulateur	41
5.1	Etude de cas	41
5.1.1	Sol plat horizontal	42
5.1.2	Falaise ou montagne	46
5.1.3	Canyon	48
5.2	Etude de certains effets	50
5.2.1	Rappel de l'effet d'occultation du à la pente et de l'hémisphère de visibilité	51
5.2.2	Éclairage direct du ciel et facteur d'occultation	52
5.2.3	Inter-réflexions sol-nuage et facteur d'occultation	52
5.3	Conclusions sur les effets importants	53

6 Conclusion	55
6.1 Travail effectué	55
6.2 Travaux restants	55
A Détails des expérimentations	57
A.1 Inter-réflexions sol-nuage	57
A.1.1 Etude de la convergence des inter-réflexions sol-nuage	57
A.1.2 Pente du sol et effet d'occultation	59
A.1.3 Influence de la position du soleil	62
A.1.4 Bilan inter-réflexions sol-nuage sans atmosphère	63
A.2 Inter-réflexions sol-sol	64
A.2.1 Albédo 0.2, 0.5, 0.8, pas de nuage et pas d'atmosphère	64
A.3 Influence de l'atmosphère dans les échanges radiatifs	66
A.3.1 Dans les inter-réflexions sol-nuage	66
A.3.2 Dans les inter-réflexions sol-sol	67
A.4 Perspective aérienne	68
A.5 Contribution directe du ciel	69
A.5.1 Cas d'un sol horizontal	69
A.5.2 Pente et effet d'occultation	70
B Représentations de la lumière	71
C Autres techniques d'illumination globale de terrains 3D	73
C.1 Harmoniques sphériques (spherical harmonics)	73
C.1.1 Fonction de base	74
C.1.2 Projection d'une fonction f	74
C.1.3 Reconstruction de f	75
C.1.4 Propriétés générales	75
C.2 PRT (Precomputed Radiance Transfer)	76
C.3 Occultation ambiante (Ambient occlusion)	77
C.3.1 Méthodes basées objet	78
C.3.2 Méthodes basées sommet ou image	79
C.4 Ouverture sur l'éclairage ambiant (Ambient Aperture Lighting)	79
C.5 Tableaux récapitulatifs	79
D Glossaire	81
D.1 Lumière	81
D.2 Photons	81
D.3 Polarisation de la lumière	81
D.4 Angle solide	82
D.5 Albédo ou réflectance	82
D.6 BRDF	82
D.7 Surfaces lambertiennes diffuses	83
D.8 Généralités sur l'algorithme de radiosité	83

TABLE DES MATIÈRES

D.9 Débordement de couleur	83
D.10 Eclairage indirect	83
D.11 Caustiques	83

Chapitre 1

Présentation du projet

Ce premier chapitre présente le domaine de recherche de mon équipe, le cadre général du stage, puis aborde les objectifs et la méthode de travail fixés par mon tuteur.

1.1 Présentation de l'équipe EVASION

L'équipe EVASION-LJK (Environnements Virtuels pour l'Animation et la Synthèse d'Images d'Objets Naturels) fait partie du Laboratoire Jean Kuntzmann (LJK = CNRS, INPG, INRIA, UJF). Elle est résidente dans le bâtiment de l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) Montbonnot. Les recherches effectuées au sein de cette équipe sont orientées vers la modélisation, l'animation, et la visualisation d'objets et de phénomènes naturels. Les scènes naturelles peuvent être animées ou statiques. Selon les cas d'études et les domaines d'application un compromis doit être trouvé entre le réalisme visuel et la vitesse d'affichage des images (application interactive ou non). Par exemple l'industrie de l'audiovisuel est demandeuse de qualité tandis qu'un simulateur immersif nécessite du temps-réel.

1.2 Présentation du sujet du stage et du cadre de travail

Le sujet du stage est l'**illumination réaliste de terrains en temps réel**. Le réalisme de l'illumination d'une scène d'extérieur est lié à la qualité du modèle d'illumination (qui permet le calcul de la couleur à afficher en un point), c'est-à-dire ses limites et approximations par rapport aux phénomènes physiques réels. Dans le cas de terrains 3D (montagnes, canyons, aménagements urbains, ...) l'éclairage indirect est primordial au réalisme de la scène. Par exemple les inter-réflexions sol-sol ou sol-nuages permettent une diffusion de la lumière dans des zones qui ne reçoivent pas de lumière directe du soleil. L'atmosphère joue aussi un rôle considérable, puisqu'elle absorbe et diffuse une partie de la lumière du soleil.

Ainsi dans ce projet, nous nous intéressons aux techniques d'*illumination globale* qui permettent de prendre en compte de tels effets. Et parmi ces techniques, seules celles adaptées aux scènes extérieures et temps-réel sont concernées. Notre intérêt portera sur les limites des modèles existants, mais aussi sur les hypothèses simplificatrices envisageables pour le temps-réel qui permettent d'atteindre le réalisme visuel (sans pour autant forcément atteindre le réalisme physique).

L'*éclairage local* d'une scène n'est pas adapté à notre problématique, car il ne prend pas en compte la participation de l'ensemble des objets d'une scène dans l'apparence d'un seul objet. En ef-

fet, dans ce cas seule la réflexion directe des sources de lumière est prise en compte, alors que la lumière peut subir plusieurs réflexions avant d'atteindre un objet. Un certain nombre de phénomènes ne peuvent donc pas être rendus, en particulier le *débordement de couleur*, l'*éclairage indirect* et les *caustiques* [Péroche and Bechmann (2007)].

Il existe deux approches générales pour le rendu temps-réel de terrains 3D. Une première consiste à faire le maximum de pré-calculs et de rendre en temps interactif des images d'une grande qualité. La seconde consiste à utiliser des modèles analytiques "approximatifs", qui permettent de rendre des effets lumineux complexes sans pour autant nécessiter beaucoup de mémoire. Dans ce projet nous étudierons en particulier certains modèles analytiques, pour discuter de leurs limites et si possible les étendre.

Les nuages joueront un rôle central, en particulier nous étudierons les inter-réflexions sol-nuages pour des sols de formes quelconques, pour déterminer les approximations envisageables, et aussi un moyen d'étendre le calcul des inter-réflexions sol-nuage sur *GPU* de [Bouthors et al. (2006)] à des terrains quelconques.

Ce stage a pour but de déterminer les solutions possibles pour prendre en compte de manière visuellement réaliste la diffusion due à l'atmosphère, celle due aux nuages, les interactions entre l'atmosphère, les nuages et le sol, et cela en temps-réel (> 25 FPS ou *Frame Per Second*). Ainsi des simulations numériques seront effectuées pour mesurer l'influence de chaque paramètre.

On se restreindra dans les simulations de transferts radiatifs réalisées à la modélisation d'un temps sec avec une couche nuageuse uniforme pouvant s'étendre sur la gauche et la droite de la scène. Les positions d'observation pourront être situées près du sol dans l'atmosphère (jusqu'à une dizaine de kilomètres d'altitude) et les directions d'observations seront quelconques. L'objectif final sera de traiter des conditions climatiques plus générales grâce aux résultats trouvés dans les simulations, pour une période allant du lever au coucher du soleil (crépuscule à prendre en compte).

Ce projet sera développé sous environnement Windows, avec OpenGL et glsl. Les informations utiles (packages, etc...) peuvent être trouvées à <http://bat710.univ-lyon1.fr/~jciehl/Public/educ/openGL.html>.

1.3 Objectifs du stage

A la fin du stage, l'influence de l'atmosphère terrestre dans les transferts radiatifs (inter-réflexions sol-nuage et sol-sol), mais aussi celle du sol et des nuages dans la *perspective aérienne* ("bleuissement" des objets avec la distance), devront être déterminées.

Un autre objectif sera d'étudier l'influence de la pente du sol et de voir s'il est possible d'approximer l'irradiance totale d'un point d'un sol plat de pente non-nulle par celle d'un sol plat horizontal, moyennant l'utilisation d'un facteur d'occultation.

Pour mesurer la radiance accumulée sur le sol ou le dessous des nuages, ainsi que la radiance dispersée dans l'atmosphère, un simulateur sera programmé. Les mesures réalisées sur différents types de terrains (sol plat, canyon, montagne, plateau,...), sous différentes conditions atmosphériques (ciel clair, couverture nuageuse sur la moitié gauche et/ou droite de la scène) devront permettre de déterminer les approximations possibles pour certains transferts radiatifs.

1.4 Méthode de travail

Notre méthode de travail pour l'étude d'un phénomène physique est la suivante (cf. figure 1.1) :

- Pour l'étude d'un phénomène physique, identifier les terrains tests intéressants ainsi que les paramètres de simulation.
- Donner les descriptions 2D de ces terrains 3D au simulateur (que nous aurons programmé) et faire une simulation avec les paramètres requis.
- Analyser les résultats.

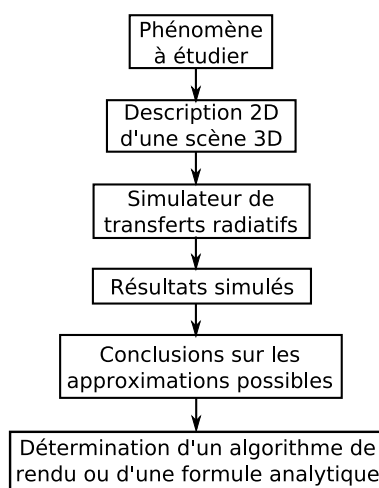


FIG. 1.1: Notre méthode de travail

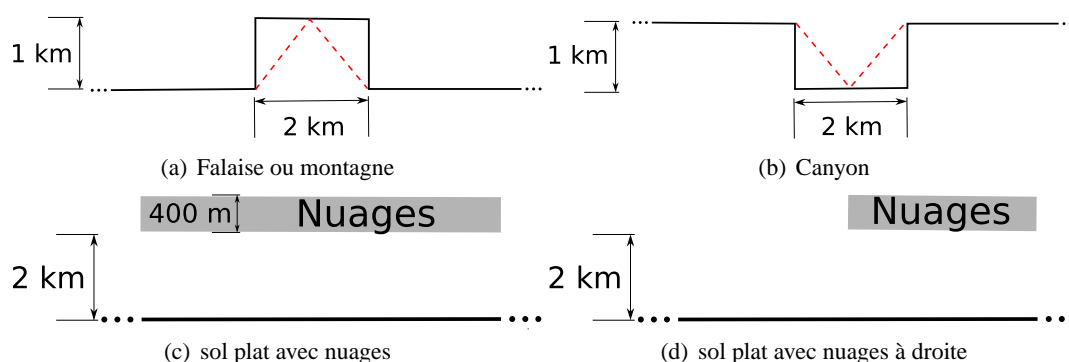


FIG. 1.2: 4 cas d'étude intéressants (les pointillés montrent une variation de pente)

Nous avons identifié 3 terrains génériques intéressants pour nos études : le sol plat, la falaise ou montagne et le canyon (cf figure 1.2). Le sol plat infini horizontal est le cas idéal où tout est symétrique et donc le nombre de calculs nécessaires est fortement diminué. Il est aussi utile pour étudier les inter-réflexions sol-nuage car il n'y aura pas d'inter-réflexion sol-sol qui pourront gêner les analyses. La falaise et le canyon sont des exemples de terrains utiles pour l'étude des inter-réflexions sol-sol en L et en U (influence des inter-réflexions sol-sol en fonction des pentes). De plus nous pouvons changer la

pende des "morceaux" de sol ($90^\circ, 45^\circ, \dots$) et la distance entre les deux flancs du canyon. Les différentes pentes permettront de tester différents trajets pour les rayons lumineux. Ensuite nous pourrons étudier l'influence des inter-réflexions sur la diffusion atmosphérique.

Dans la suite de ce rapport, nous commencerons par un rappel des notions de physique nécessaires à la compréhension des transferts radiatifs. Ensuite, nous ferons un état de l'art des méthodes actuelles temps-réels de rendu du ciel et d'éclairage du sol. Puis nous présenterons notre simulateur, les expériences réalisées et les conclusions et perspectives résultantes.

Chapitre 2

Transferts radiatifs dans une scène d'extérieur

Dans ce chapitre, les notions de base de physique nécessaires à la compréhension du présent rapport sont présentées. Dans une première section, les généralités des transferts radiatifs régissant le transport de la lumière du soleil dans une scène d'extérieur sont introduites. Puis dans une deuxième section, les termes qu'il est indispensable de connaître sont définis. Nous aborderons ensuite les modèles physiques de représentation de l'atmosphère terrestre pour arriver à exprimer l'équation régissant les transferts radiatifs dans une scène d'extérieur.

2.1 Généralités

2.1.1 Dispersion atmosphérique

Le soleil, situé à quelques 150 000 000 km de la Terre, disperse son énergie sur notre planète sous la forme d'un rayonnement lumineux. Le soleil étant très éloigné de la Terre, il est traité comme une source de lumière directionnelle. Mais il ne peut pas être considéré comme une source de lumière ponctuelle car son diamètre non-nul (environ 0.5°), va être en partie à l'origine des ombres douces projetées par le soleil sur le terrain. La lumière a à la fois une nature d'onde (c'est ce qui caractérise sa propagation dans un milieu) et une nature corpusculaire (des corpuscules, les photons, qui transportent de l'énergie). Dans le vide absolu, une onde se propagerait indéfiniment. Au contraire, dans l'atmosphère terrestre qui contient des molécules d'air, d'eau, de l'ozone, des particules en suspension, etc..., un rayon représentant un flux lumineux a une probabilité non nulle de rentrer en collision avec cet amas de molécules.

Si pour simplifier, on considère une atmosphère composée uniquement de molécules d'air, qui ont une réflectance proche de 1, alors après chaque "collision", un rayon lumineux est entièrement distribué dans d'autres directions selon une certaine probabilité. Cette redirection peut être caractérisée à l'aide d'une fonction de phase, qui régie la distribution d'un rayon lumineux dans toutes les directions de la sphère unité. Une réflectance proche de 1, signifie simplement que l'on peut négliger l'absorption due à la molécule. Dans certains cas (par exemple pour certains types d'aérosol), l'absorption de l'énergie lumineuse ne peut pas être négligée, et cette perte d'énergie est responsable de phénomène visuellement très apparents (pollution urbaine, brouillard, ...). Ces redirections multiples diffusent la lumière du soleil

initiale dans l'atmosphère. Ainsi un point sur le sol non-occulté va recevoir de l'illumination directe du soleil et de l'illumination indirecte du soleil. Pour prendre en compte cette illumination indirecte, il faut être capable de modéliser tous les chemins possibles que peut prendre un rayon de lumière. Ces chemins sont dépendants des propriétés physiques des molécules et particules qui composent l'atmosphère et plus généralement des propriétés physiques des obstacles rencontrés par le flux lumineux. L'illumination indirecte (par dispersion et réflexion) a une part moins importante que l'illumination directe dans la radiance totale incidente en un point si le soleil est visible depuis le point. Autrement, elle peut représenter l'essentiel de la contribution de l'irradiance totale du point (zone d'ombres). Elle est donc essentielle au réalisme de la scène visualisée. C'est par exemple grâce à cette dernière qu'une partie du terrain qui n'est pas directement éclairée par le soleil (par exemple à cause d'une butte) ne sera pas dans l'obscurité totale. L'illumination indirecte due à la dispersion atmosphérique participe à la modification de la couleur des objets distants par perspective aérienne.

La perspective aérienne (*aerial perspective*) est due à la transparence de l'atmosphère. Elle correspond au bleuissement des objets lointains sombres (montagnes) et au rougisement des objets brillants au crépuscule et à l'aurore [Riley et al. (2004)]. Elle s'observe par un léger blanchissement vers l'horizon (brume d'aérosols ou *aerosol haze*), plus un objet est distant à l'observateur plus elle va modifier l'apparence de l'objet (bleu par temps clair ensoleillé et gris par temps couvert). Plus l'objet observé est près du sol, plus la perspective aérienne est importante (car la densité atmosphérique est plus importante près du sol). La prise en compte de la perspective aérienne est essentielle au réalisme de la scène visualisée [Preetham et al. (1999)], car c'est un indice fondamental sur la distance à laquelle se trouve un objet (auquel nous sommes habitués). Elle varie d'ailleurs en fonction de la distance et de la direction d'observation et tend vers la couleur du ciel.

2.1.2 Réflexions

Une dernière partie des transferts radiatifs concernent les réflexions et plus généralement les inter-réflexions. Un rayon lumineux qui rentre en collision avec le sol sera réfléchi dans une direction et avec une proportion qui dépendent des propriétés matérielles du sol. La proportion d'énergie lumineuse entrante qui est réfléchi est généralement assimilée à la notion de réflectance. Puisque la direction d'un rayon lumineux peut être définie par 2 coordonnées sphériques, il est possible de caractériser cette réflexion sur un sol d'un type particulier à l'aide d'une fonction à 4 entrées, une BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*). Si le sol a des propriétés physiques qui varient spatialement, alors la BRDF pourra être à 6 entrées (une coordonnée (x,y) en plus).

Les réflexions se produisent aussi lorsqu'un rayon de lumière entre en contact avec une couche nuageuse. En fait une partie du rayon lumineux traverse le nuage et l'autre est réfléchi. La quantité de lumière réfléchi est lié à la réflectance diffuse du nuage R_{ms} (pour un nuage assez épais) et celle qui traverse le nuage à la transmittance diffuse du nuage T_{ms} ($R_{ms}+T_{ms}=1$).

Ainsi, il y a deux types d'inter-réflexions à considérer, les sol-nuage et les sol-sol.

Les inter-réflexions sont essentielles au réalisme dans l'éclairage de scènes extérieures pour prendre en compte des phénomènes comme la réflexion d'une zone d'eau dans la banquise sur un nuage ou rajouter de l'éclairage indirect dans les zones d'ombre.

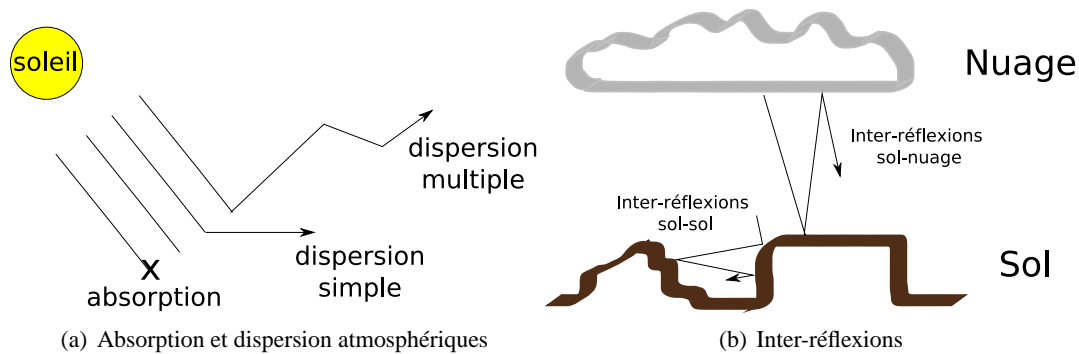


FIG. 2.1: Illustrations des transferts radiatifs

2.2 Définitions des concepts clés liés aux transferts radiatifs

2.2.1 Luminance énergétique ou radiance

La luminance énergétique ou *radiance* $L(x, \vec{s})$ est définie comme un flux d'énergie lumineuse en un point x et une direction \vec{s} donnés de l'espace. Pour des sources de lumière non-ponctuelles, elle s'exprime par unité d'aire perpendiculaire à la direction (surface source) et par angle solide unitaire (angle solide source). Son unité est $W.sr^{-1}.m^{-2}$ (sr pour stéradian).

Remarque : Le terme *radiance* est souvent utilisé en français à tort [Péroche and Bechmann (2007)].

2.2.2 Luminance

La luminance lumineuse (*source Wikipédia*) est l'intensité lumineuse d'une source lumineuse dans une direction donnée, divisée par l'aire apparente de cette source dans cette même direction. Cette mesure se différencie de la luminance énergétique car elle prend en compte la sensibilité de l'oeil avec une pondération des différentes longueurs d'ondes (longueurs d'onde visibles). L'unité de luminance lumineuse est la candela par mètre carré, symbole $cd.m^{-2}$; elle remplace la précédente unité équivalente, le lumen par mètre carré et par stéradian, symbole $lm.m^{-2}.sr^{-1}$).

Principalement en raison de la sensibilité des récepteurs de la rétine, la sensibilité de l'oeil humain n'est pas la même sur l'ensemble du spectre de couleurs. Celui-ci s'étend du rouge (780 nm) au violet (400 nm) avec le jaune-vert au centre. Pour cette raison, le jaune-vert est la couleur la plus représentative du spectre lumineux. De plus, la couleur à laquelle l'oeil est le plus sensible se déplace vers le bleu lorsque la luminosité ambiante diminue : c'est l'effet Purkinje.

Le signal de luminance est noté Y . L'intensité lumineuse visuellement perçue est $Y = 0.299.L_R + 0.587.L_V + 0.114.L_B$. Généralement L_R , L_V et L_B sont représentés sur $[0;255]$. Une lumière verte est plus brillante à l'oeil humain qu'une lumière bleue.

2.2.3 Irradiance

L'irradiance (en $W.m^{-2}$) est la quantité totale d'énergie arrivant par unité d'aire et de temps (1 Watt = 1 joule pendant 1 seconde). Elle est généralement notée E . Pour calculer l'irradiance incidente en

un point x , une intégration de la radiance incidente sur l'hémisphère $H(x) = \{\vec{v}:\vec{n}(x) \cdot \vec{v} > 0\}$ est effectuée (la radiance incidente $L^i(x, \vec{\omega})$ est la radiance totale émise dans la direction $-\vec{\omega}$ vers x) :

$$E[L^i](x) = \int_{\vec{\omega} \in H(x)} L^i(x, \vec{\omega}) \vec{\omega} \cdot \vec{n}(x) d\omega \quad (2.1)$$

Soulignons la présence du terme $\vec{\omega} \cdot \vec{n}(x)$ qui représente géométriquement le pourcentage de l'énergie du rayon de lumière incident attribué au point x . Cela s'explique par le fait que la radiance s'exprime par unité d'aire perpendiculaire à la direction. Un cône de lumière arrivant selon la direction opposée de la normale du point x , aura tendance à donner toute son énergie à x , tandis qu'un cône arrivant avec une direction proche de l'horizon ne donnera qu'une infime partie de son énergie à x (l'aire projetée du cône est alors conséquente). Il est parfois question d'irradiance normalisée, ce qui n'est rien d'autre que $\frac{E}{\pi}$, puisque l'intégrale de $\vec{\omega} \cdot \vec{n}(x)$ sur une hémisphère donne π .

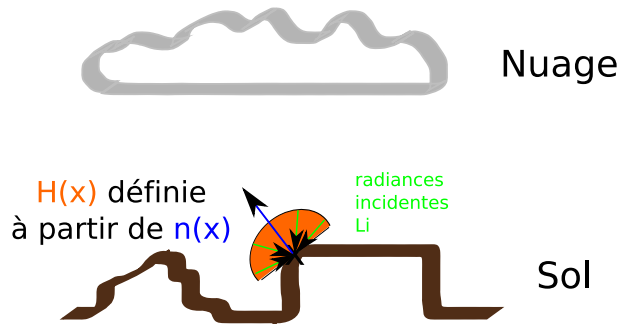


FIG. 2.2: Illustration du calcul de l'irradiance

2.2.4 Fonction de phase

La fonction de phase $P(\phi, \theta)$ (qui se réduit à $P(\theta)$ dans le cas axisymétrique) décrit la distribution angulaire de la lumière diffusée par un petit volume et s'exprime en sr^{-1} . Elle ne dépend que des propriétés des particules et non de leur quantité (densité).

2.2.5 Coefficient d'absorption, de dispersion et d'extinction d'une molécule

Le coefficient d'absorption β^a (en m^{-1}) d'un milieu contenant une certaine densité de molécules (un seul type de molécule) traduit la probabilité d'absorption d'un flux lumineux par les molécules par unité de longueur parcourue. L'énergie lumineuse absorbée est transformée sous une autre forme (chaleur, etc...) qui nous ne nous intéresse plus par la suite.

Le coefficient de dispersion β^d (en m^{-1}) d'un milieu contenant une certaine densité de molécules traduit la probabilité de dispersion d'un flux lumineux par les molécules par unité de longueur parcourue.

Le coefficient d'extinction $\beta^e = \beta^a + \beta^d$ (en m^{-1}) d'un milieu contenant une certaine densité de molécules traduit la probabilité de collision avec les molécules dans le milieu (donc d'extinction le long du chemin actuel) par unité de longueur parcourue.

Remarque : A la notion de coefficient d'extinction est souvent associée la notion de libre parcours moyen ou *mean free path* $l_0 = \frac{1}{\beta^e}$.

2.2.6 Profondeur optique

La profondeur optique τ le long d'un segment entre x_1 et x_2 est l'intégrale du coefficient d'extinction le long du segment [Riley et al. (2004)] :

$$\tau(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \beta^e(x) dx \quad (2.2)$$

2.3 Atmosphère terrestre

La Terre est de forme ellipsoïdale (ce n'est pas une sphère parfaite), mais elle peut être approximée par une boule de rayon moyen $R_T = 6378$ km. La Terre est entourée d'une enveloppe gazeuse qu'elle retient par attraction gravitationnelle : l'atmosphère. L'atmosphère terrestre peut être approximée par une fine couche sphérique sur la Terre. 50% de la masse atmosphérique totale se trouve dans les 5 premiers km de l'atmosphère et 99% dans les 30 premiers ! La basse atmosphère (du niveau de la mer jusqu'à environ 45 km) est composée de gaz permanents, gaz dont les proportions restent constantes (diazote N_2 (78% en volume), dioxygène O_2 (21%) et argon Ar (0,9%)), et de gaz de concentration variable avec l'altitude (vapeur d'eau H_2O , dioxyde de carbone CO_2 , dioxyde de soufre et ozone O_3). Tous ces gaz constituent les molécules d'air de l'atmosphère terrestre. La capacité à contenir de la vapeur d'eau de l'air dépend de la température ambiante. L'air étant un mélange de gaz compressibles, sa masse volumique ($kg.m^{-3}$) est fonction de la pression, de la température et du taux d'humidité.

L'atmosphère terrestre est modélisée d'un point de vue physique en trois ensembles de molécules, les molécules d'air, les aérosols (particules (chimiques, organiques) liquides, solides, ou mixtes en suspension dans l'atmosphère) et les molécules d'eau. Pour le modèle de ciel clair, seuls les molécules d'air et les aérosols sont pris en compte pour la diffusion de la lumière [Nishita et al. (1993), Haber et al. (2005) et Schafhitzel et al. (2007)]. La dispersion de la lumière pour les molécules d'air (dispersion de Rayleigh) est physiquement différente de la dispersion de la lumière pour les aérosols et les molécules d'eau (dispersion de Mie). La distribution en taille pour les aérosols et les gouttelettes d'eau varie en fonction du type de paysage (ex : maritime, urbain, etc...) et des conditions climatiques.

La Terre est éclairée par la lumière directe du soleil et la lumière indirecte du ciel [Nishita et al. (1993)]. La lumière indirecte du ciel est le résultat de la diffusion de la lumière du soleil par les molécules d'air. Un observateur va percevoir le ciel vu du sol comme le noir de l'espace plus la dispersion atmosphérique dirigée vers lui. De même pour le sol vu du ciel, il y aura la couleur du sol plus la dispersion atmosphérique. Lorsque le soleil est en position zénithale l'éclairement du ciel représente 25% de la lumière totale reçue par un observateur sur le sol et lorsque que le soleil est proche de l'horizon elle avoisine les 100% [Loe and Tregenza (1998)]. Ainsi la contribution du ciel est essentielle pour les périodes de crépuscule. D'une manière générale, plus le ciel est chargé en molécules d'eau, en aérosols et en particules diverses, plus il aura tendance à disperser la lumière.

2.3.1 Les nuages

Les nuages sont composés majoritairement de gouttelettes d'eau (quelques milliards de gouttes d'eau sphériques de 0.01 mm de diamètre) qui réfléchissent la lumière sans l'absorber. Il y a aussi quelques cristaux de glace qu'il est commun de négliger. La distribution de la densité des gouttelettes d'eau n'est pas uniforme au sein d'un nuage.

Les nuages épais ont un albédo élevé (de 70% à 95% pour le spectre des longueurs d'ondes visibles), et cela explique leur couleur blanche qui reflète la couleur de la lumière émise par le soleil (les parties fines, le dessus ou les côtés d'un nuage éclairés par le soleil sont blancs). Le dessous du nuage n'est en général pas blanc pour une couche de nuages assez dense (différents tons de gris), car il y a beaucoup de réflexions vers l'arrière dans le nuage (*back scatters*). C'est la théorie de Mie qui permet d'expliquer la couleur des nuages. La couleur de la base d'un nuage est aussi influencée par l'auto-ombrage et les inter-réflexions avec le sol, et par le fait que la lumière indirecte qui atteint le dessous d'un nuage est moins importante que la lumière directe qui atteint le dessus du nuage.

La taille des gouttelettes d'eau n'est pas uniforme au sein d'un nuage ([Bouthors et al. (2006)]). Il est donc nécessaire de connaître (ou d'approximer) la distribution de la taille des gouttelettes pour un rendu réaliste (influence locale sur la transparence et sur la fonction de phase de Mie). La fonction de phase de Mie effective (indépendante du rayon d'une gouttelette) est obtenue par somme pondérée de fonctions de phases associées à différentes tailles de gouttelette.

Les nuages sont des "objets" qui reflètent une partie de la lumière directe qu'ils reçoivent sur leur dessus et donc ils projettent leur ombre sur le sol (en fonction de leur épaisseur, cette ombre sera plus ou moins apparente).

2.3.2 Modèle simplifié de base

Le modèle physique généralement utilisé pour modéliser l'atmosphère et celui du ciel clair avec 2 constituants : les molécules d'air et les aérosols. L'hypothèse simplificatrice de base pour les molécules d'air est celle de la densité à décroissance exponentielle (avec l'altitude) des molécules d'air avec une échelle de hauteur $H_R = 8,4$ km. Pour les aérosols l'hypothèse est celle de la densité à décroissance exponentielle sur $H_M = 1,25$ km. Les cristaux de glace présents dans l'atmosphère ne sont pas pris en compte (halo). Pour terminer, nous faisons l'hypothèse que le sol n'émet pas de lumière et donc les sources d'émission thermale (feux, laves, etc...), les couleurs dues aux particules atmosphériques (carbone, ...) et les gaz fluorescents ne sont pas prises en compte.

Il est important de prendre en compte la dispersion multiple des rayons lumineux pour rendre correctement les effets du crépuscule ou de l'ombre de la terre sur une partie de l'atmosphère [Haber et al. (2005)]. Par contre il est acceptable de ne considérer que les dispersions/diffusions de la lumière d'ordres zéro et un pour rendre de manière réaliste la lumière en plein jour. Cela s'explique par le fait que la lumière émise par le soleil traversera moins d'atmosphère lorsque l'angle zénithal sera faible (ainsi la probabilité de dispersion sera plus faible).

Une autre hypothèse simplificatrice acceptable est que la lumière se propage en ligne droite [Nishita et al. (1993)] (car dans la réalité son chemin est courbé à cause de la variation de l'indice de réfraction de l'air avec l'altitude).

Paramètres importants : Les angles entre le soleil et la direction zénithal, entre l'observateur et la direction zénithale et entre l'observateur et le soleil.

2.3.3 Densité et pression de l'atmosphère

La densité et la pression de l'atmosphère décroissent avec l'altitude (à cause de la gravité) et dépendent de l'agitation moléculaire. Comme dans [Riley et al. (2004)], l'approximation usuelle est l'hypothèse hydrostatique que l'atmosphère a une décroissance exponentielle avec l'altitude depuis le niveau de la mer. Connaissant le nombre de molécules par unité de volume N (m^{-3}) au niveau de la mer (qui dépend de la température et pression ambiantes), la densité en fonction de l'altitude h pour les molécule d'air est donnée par :

$$\eta(h) = N e^{-\frac{h}{H_R}} \quad (2.3)$$

La densité en fonction de l'altitude h pour les aérosols est donnée par :

$$\eta(h) = N' e^{-\frac{h}{H_M}} \quad (2.4)$$

2.3.4 Dispersion de Rayleigh (Rayleigh scattering)

Pour les molécules d'air qui ont un albédo important, le coefficient d'absorption $\beta_{Air}^a \approx 0$. Le coefficient d'extinction des molécules d'air sera $\beta_{Air}^e = \beta_{Air}^d$. Pour les aérosols l'absorption n'est en général pas négligeable. Le coefficient de dispersion β^d (en m^{-1}) des molécules d'air est linéaire en la densité de molécules, c'est-à-dire qu'il suit la décroissance exponentielle de la densité atmosphérique. Plus ce coefficient sera important, plus un rayon lumineux se dispersera dans l'atmosphère. Pour les molécules d'air, le coefficient de dispersion β_R^d (cf. 2.5) est donné par la théorie de Rayleigh.

Les molécules d'air et plus généralement les très petites molécules (de rayon $< 0.05\lambda$) obéissent à la diffusion de Rayleigh [Preetham et al. (1999)]. La longueur d'onde de la lumière dispersée est la même que celle de la lumière incidente et aucune absorption ne se produit [Sloup (2002)]. Le coefficient de dispersion de Rayleigh $\beta_R^d(\lambda)$ (en m^{-1}) ($\beta_R^d(h, \lambda)$ prend en compte la densité liée à l'altitude) est proportionnelle à la puissance -4 de la longueur d'onde de la lumière ($\beta_R^d(0, \lambda) = \beta_R^d(\lambda)$ est la valeur du coefficient de dispersion au niveau de la mer) :

$$\beta_R^d(h, \lambda) = \underbrace{\frac{8\pi^3(n^2 - 1)^2}{3N\lambda^4}}_{\beta_R^d(\lambda)} e^{-\frac{h}{H_R}} \quad (2.5)$$

h est la hauteur (altitude) par rapport au niveau de la mer, $n = 1.0003$ est l'indice de réfraction de l'air dans le spectre visible, N est le nombre de molécules par unité de volume au niveau de la mer ($N = 2.545 \cdot 10^{25} m^{-3}$ pour de l'air à température et pression standards) et $H_R = 8,4 km$ est l'épaisseur de l'atmosphère si la densité était uniforme. La formule exacte de $\beta_R^d(\lambda)$ qui prend en compte le facteur de dépolarisation peut être trouvée dans [Preetham et al. (1999)].

C'est la diffusion de Rayleigh qui permet d'expliquer la couleur bleue du ciel (la longueur d'onde correspondant au bleu est diffusée environ 10 fois plus que celle du rouge) ou les tons jaune-orangés du lever et coucher de soleil (plus d'atmosphère est traversée lorsque le soleil est proche de l'horizon) [Preetham et al. (1999) et Sloup (2002)].

La fonction de phase de Rayleigh est symétrique par rapport aux dispersions vers l'avant et vers l'arrière :

$$P_R(\theta) = \frac{3}{16\pi}(1 + \cos^2\theta) \quad (2.6)$$

θ représente l'angle entre l'observateur et le rayon de lumière incident au point considéré. Le coefficient angulaire de dispersion de Rayleigh est donné par $\beta_R^d(\lambda)P_R(\theta)$. Ce qui donne l'équation de dispersion de Rayleigh suivante :

$$L_\lambda(x, \theta) = L_\lambda^i(x)\beta_R^d(\lambda)P_R(\theta) \quad (2.7)$$

Cette équation décrit comment la lumière incidente $L_\lambda^i(x)$ touchant une molécule d'air en x va se disperser selon toutes les directions possibles.

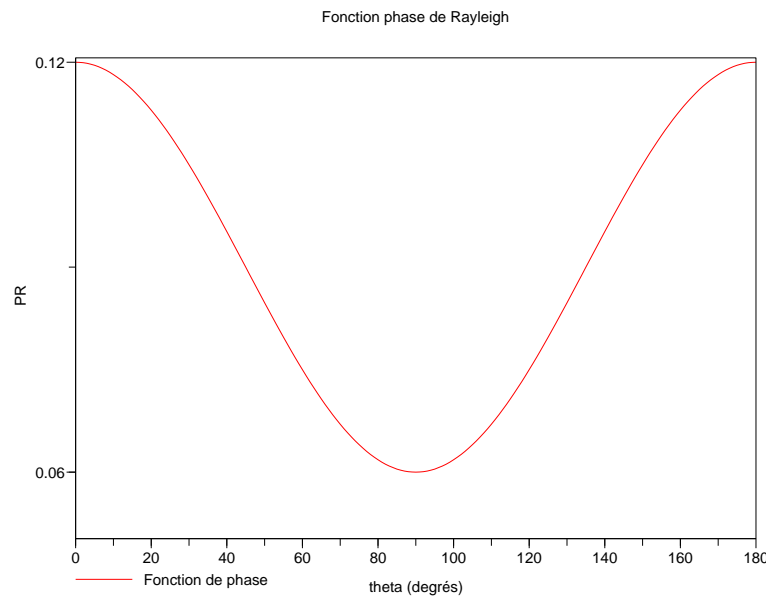


FIG. 2.3: Fonction de phase de Rayleigh

2.3.5 Dispersion de Mie (Mie scattering)

Les aérosols et les gouttelettes d'eau (nuages) obéissent à la dispersion de Mie. C'est la théorie de Mie qui par exemple permet d'expliquer la couleur des nuages. La fonction de phase est anisotrope, avec une redirection de préférence vers l'avant (*strong forward scattering*). Cette dispersion est inversement proportionnelle au carré de la taille des particules et ne dépend pas de la longueur d'onde.

Pour la fonction de phase de la diffusion de Mie, une expression analytique approchée est (fonction analytique Henyey-Greenstein améliorée d'un point de vue physique)[Cornette and Shanks (1992)] :

$$P_M(\theta) = \frac{3}{8\pi} \frac{(1 - g^2)(1 + \cos^2\theta)}{(2 + g^2)(1 + g^2 - 2g\cos\theta)^{3/2}} \quad (2.8)$$

Le paramètre g permet de contrôler l'anisotropie du modèle : c'est le cosinus moyen de l'angle de redirection. Avec $g > 0$, les rayons lumineux sont dispersés de préférence vers l'avant. Avec $g < 0$, ils sont principalement redirigés vers l'arrière.

D'une manière générale, les fonctions de phase avancées (effets angulaires subtiles) sont importantes pour tout outil de rendu d'atmosphère [Riley et al. (2004)].

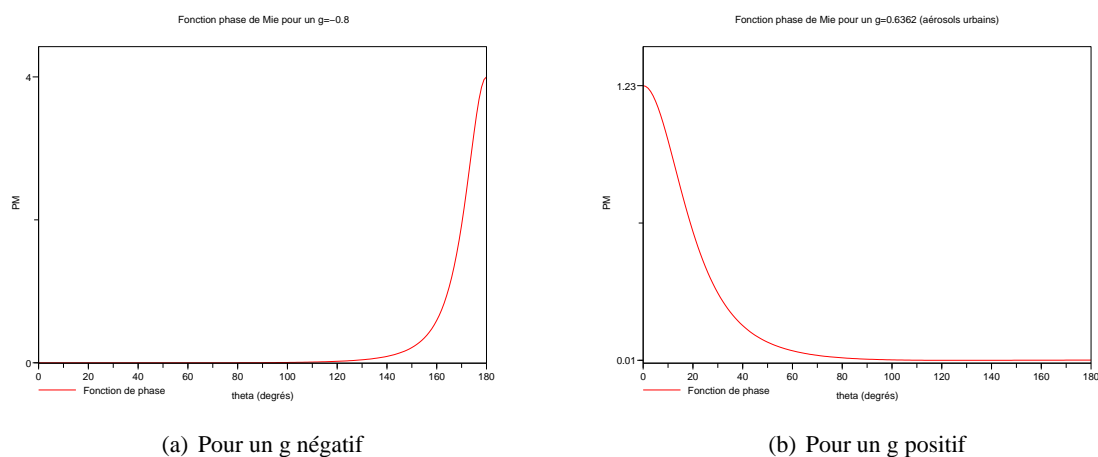


FIG. 2.4: Fonction de phase de Mie

2.4 Equation du transport de la lumière

L'équation du transport de la lumière ([Chandrasekhar (1960)]) est apparue pour la première fois dans le rendu graphique à la conférence de Siggraph'86 ([Kajiya (1986)]). Elle décrit le transfert de la lumière entre les surfaces dans un environnement. Elle prend en compte les propriétés des surfaces grâce à une BRDF et il est possible d'y intégrer l'influence du milieu environnant sur les trajets empruntés par les rayons lumineux (absorption et dispersion). Plus de 20 ans après, la résolution exacte de cette équation n'est toujours pas possible en temps-réel. Pour dépasser la contrainte de coûts de calculs élevés pour l'objectif du temps-réel (avec n'importe quel point d'observation), il est commun d'utiliser des approximations pour les dispersions d'ordre supérieur ou égal à trois, mais aussi de faire des pré-calculs (en supposant la Terre idéalement sphérique) comme pour l'intensité lumineuse atteignant un observateur en une position donnée (tableaux 1D, 2D, 3D, 4D, ...). Pour les différentes méthodes de résolution de cette équation (méthode stochastique : intégration de Monte Carlo, radiosité : facteurs de forme...), le lecteur est renvoyé à [Dutré et al. (2006)].

Nous ne présenterons les équations qu'avec un seul type de dispersion (sinon il faut sommer tous les termes de dispersion). De plus toutes ces équations sont dépendantes de la position du soleil dans l'atmosphère (la source initiale de radiance), mais pour simplifier les notations la position du soleil n'apparaîtra pas. De la lecture complémentaire pour les transferts radiatifs peut être trouvée à http://fr.wikipedia.org/wiki/Transfert_de_rayonnement.

2.4.1 Transmittance, transparence ou facteur d'extinction

La transmittance T indique comment l'énergie lumineuse incidente est atténuée par absorption et dispersion sortante en parcourant l'atmosphère (de densité de particules suivant une loi exponentielle). Elle est égale à (ça se démontre) :

$$T(x_1, x_2) = e^{-\tau(x_1, x_2)} \quad (2.9)$$

La transmittance permet de déterminer l'atténuation de la lumière directe du soleil et d'un rayon dispersé vers un point ou un observateur. Cette perte d'énergie dans une direction \vec{s} , entre un point p_1 et un point p_2 , s'exprime par :

$$L_\lambda(p_2) = L_\lambda(p_1)T(p_1, p_2) \quad (2.10)$$

Propriété : Les propriétés de diffusion d'une particule sont indépendantes de la présence d'autres particules, et donc l'atténuation totale due à la présence de 2 types de particules est égale au produit des atténuations de chaque particule individuelle : $T_{a\&b}(x_1, x_2) = T_a(x_1, x_2)T_b(x_1, x_2)$.

Remarque : La transmittance est égale à la transparence du milieu traversé. Par exemple si le milieu était le vide absolu, $\tau(x_1, x_2) = 0$ (pas d'absorption ni de diffusion), alors $T(x_1, x_2) = 1$. Elle nous donne aussi un moyen pour calculer l'opacité du milieu par $1-T$.

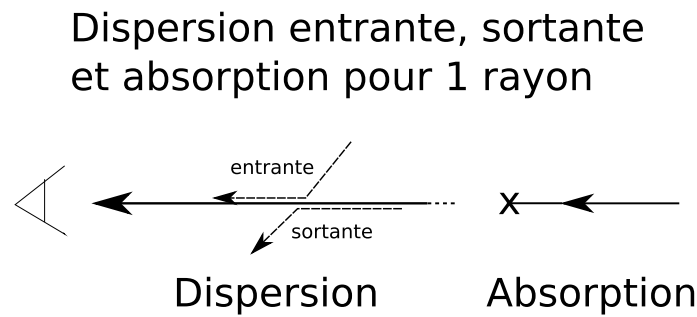


FIG. 2.5: Phénomènes physiques intervenant dans la radiance reçue le long d'un rayon représentant le flux lumineux courant

2.4.2 Lumière directe du soleil

Le soleil sera traité comme une source de lumière directionnelle pour les calculs de transfert d'énergie lumineuse, mais il sera considéré comme une source de lumière surfacique pour les calculs d'ombres (ombres douces).

Un point x est illuminé par la lumière directe du soleil, si le soleil est visible depuis ce point ($V(x, \vec{v}) = 1$ pour visible, et 0 pour non-visible). La lumière du soleil L^{soleil} initiale est atténuée par l'atmosphère terrestre. L'illumination directe du soleil est donc :

$$L_0(x, \vec{v}) = V(x, \vec{v})T(x, x_0)L^{soleil} \quad (2.11)$$

Dans l'équation ci-dessus, x_0 désigne le point d'intersection entre le rayon lumineux partant de x et de direction \vec{v} et le sol, le dessous d'un nuage ou la frontière atmosphère-espace. $L_0(x, v)$ vaut 0

si le soleil n'est pas visible (si x_0 est sur le sol ou sur le dessous d'un nuage) ou si v est différent de la direction du soleil. Si x_0 est sur le dessous d'un nuage il faut prendre en compte une source diffuse émise par le dessous des nuages, $SDN(x_0) = T(x_0, x_1)L^{soleil} \frac{T_{ms}}{2\pi}$ (x_1 étant un point sur la frontière espace-atmosphère, cf. figure 2.6). Le facteur 2π signifie diffusé sur les 2π stéradians de l'hémisphère. T_{ms} représente la transmittance diffuse du nuage (pourcentage du rayonnement du soleil qui traverse les nuages) et dépend de l'épaisseur de la couche nuageuse et de la direction zénithale du soleil. Dans ce cas $L_0(x, \vec{v}) = T(x, x_0)T(x_0, x_1)L^{soleil} \frac{T_{ms}}{2\pi}$ (cf. figure 2.6).

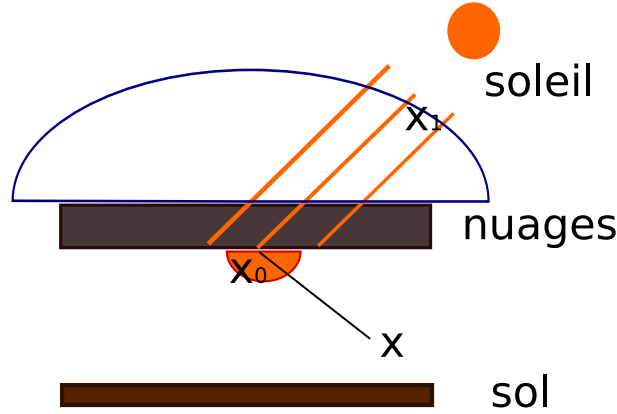


FIG. 2.6: Diffusion de la lumière du soleil par une couche nuageuse

2.4.3 Lumière indirecte du ciel

Le ciel est une source indirecte résultant de la dispersion de la lumière du soleil dans l'atmosphère. Le ciel est une source de lumière diffuse hémisphérique pour laquelle la radiance émise varie sur l'hémisphère. L'effet de cette source de lumière se remarque dans les ombres avec un ton légèrement bleuté (zone où la radiance due au soleil est moindre que celle due au ciel). Si on considère un point sur le sol, la contribution indirecte du ciel (irradiance, cf. figure 2.2) se calcule par ($D(x) \subseteq H(x)$ est la partie de l'hémisphère $H(x)$ où le ciel est visible) :

$$E^{ciel}(x) = E[L^{ciel}](x) = \int_{\vec{\omega} \in D(x)} L^{ciel}(x, \vec{\omega}) \vec{\omega} \cdot \vec{n}(x) d\omega \quad (2.12)$$

La radiance reçue depuis le ciel selon une direction dépend de la position de x . Cela s'explique essentiellement par le fait que la radiance reçue dépend de la densité des molécules d'air le long du rayon allant de x jusqu'à la frontière atmosphère-espace. La radiance spectrale émise par le ciel dépend aussi de la date, de l'heure (donne la position du soleil) et des conditions climatiques [Preetham et al. (1999)]. En effet, tous ces facteurs influencent la dispersion de la lumière du soleil dans l'atmosphère visible.

En présence de nuages, il faudra prendre en compte la transmittance diffuse de la couche nuageuse pour atténuer la radiance émise depuis le ciel. En graphique, l'approximation généralement faite dans le cas des nuages est de faire le calcul de E^{ciel} sur un point du dessus des nuages, puis de multiplier par $\frac{T_{ms}}{2\pi}$ pour diffuser l'irradiance accumulée dessous les nuages [Bouthors et al. (2006)].

Remarque : Physiquement la radiance émise par le ciel est une source indirecte, mais en graphique il est commun de le considérer comme une source de lumière à part entière, c'est-à-dire une source de lumière directe. Cela s'explique du fait de l'impossibilité en général de simuler la dispersion atmosphérique dans la totalité de l'atmosphère (contraintes de temps de calculs). Pour le reste de ce rapport, le ciel sera une source indirecte lorsque nous parlerons de phénomènes physiques et sera une source directe pour le simulateur.

2.4.4 Gain d'énergie lumineuse par dispersion entrante

Pour un type de molécules considéré, en chaque point du rayon de vue de l'observateur, une partie des chemins lumineux extérieurs est redirigée vers l'observateur le long du rayon avec la probabilité β^d (gain de luminance énergétique), cf. figure 2.5. C'est ce qui s'appelle communément la dispersion entrante ou *in-scattering*. Le phénomène de diffusion ou dispersion des rayons lumineux est décrit par la fonction de phase $P(\theta)$ des molécules considérés.

La radiance J représente la quantité de lumière dispersée en y dans la direction $-\vec{v}$ (cf. figure 2.7) :

$$J[L](y, \vec{v}) = \int_{\vec{\omega} \in 4\pi} \beta^d(x) P(\vec{v} \cdot \vec{\omega}) L(y, \vec{\omega}) d\omega \quad (2.13)$$

A J est associée la quantité de lumière dispersée S dans la direction $-\vec{v}$ le long d'un rayon entre x et x_0 (cf. figure 2.7) :

$$S[L](x, \vec{v}) = \int_x^{x_0} T(x, y) J[L](y, \vec{v}) dy \quad (2.14)$$

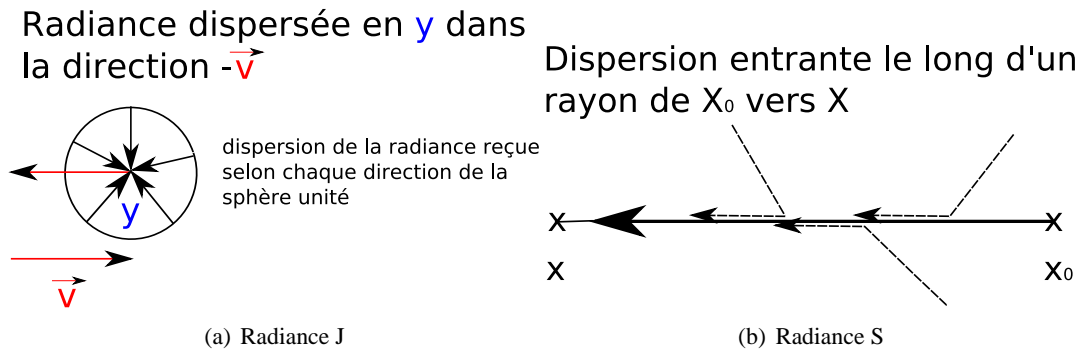


FIG. 2.7: Illustrations de la dispersion entrante

2.4.5 Transfert de la lumière aux bords

Les conditions aux bords dans le cas d'un rayon de lumière réfléchi sur le sol sont données par une intégration sur une hémisphère H (soit sur 2π steradians).

La radiance réfléchie I en un point x_0 :

$$I[L](x_0) = \frac{\alpha(x_0)}{\pi} \int_{\vec{\omega} \in 2\pi} L(x_0, \vec{\omega}) \vec{\omega} \cdot \vec{n}(x_0) d\omega \quad (2.15)$$

$I[L](x)$ est nulle au sommet de l'atmosphère. A I est associée la lumière réfléchi en x_0 et atténuée par la transmittance $T(x, x_0)$ avant d'atteindre x ($x_0 = x + t \vec{v}$) :

$$R[L](x, \vec{v}) = T(x, x_0)I[L](x_0) \quad (2.16)$$

Pour plus de détails sur les conditions aux bords dans le cas d'un rayon de lumière quittant l'atmosphère et partant vers l'infini, se référer à [Sloup (2002)].

Dans le cas d'un rayon de lumière réfléchi sur le dessous des nuages, l'albédo du sol est remplacé par la réflectance R_{ms} du nuage (due à la dispersion multiple des rayons de lumière dans le nuage) et la normale associée à x_0 , $n(x_0)$ est remplacée par la normale du plan représentant de dessous des nuages et dirigée vers le sol.

2.4.6 Equation globale du transport de la lumière

Avec les notations précédentes, l'équation du transfert de la lumière est physiquement :

$$L(x, \vec{v}) = (\underbrace{L_0}_{\text{Illumination directe}} + \underbrace{R[L] + S[L]}_{\text{Illumination indirecte}}) (x, \vec{v}) \quad (2.17)$$

L'équation du transfert de la lumière qui nous intéresse pour le simulateur (en considérant le ciel comme une source directe, $L_{ciel}(x, \vec{v}) = T(x, x_0)L^{ciel}(x, \vec{v})$) :

$$L(x, \vec{v}) = (\underbrace{L_0 + L_{ciel}}_{\text{Illumination directe}} + \underbrace{R[L] + S[L]}_{\text{Illumination indirecte}}) (x, \vec{v}) \quad (2.18)$$

Cette équation du transport de la lumière prend en compte la perspective aérienne grâce à la partie illumination indirecte ainsi que la transmittance. Elle décrit la modification de la radiance spectrale des composants (sol et nuages) de la scène extérieure.

Il est important de bien remarquer la présence de L à droite de l'équation, car cela sera la base de l'algorithme de calcul des transferts radiatifs à base d'itérations successives sur les nouvelles sources émettrices par réflexion ou dispersion.

$$L = L_0 + (R + S)[L_0] + (R + S)[(R + S)[L_0]] + \dots = L_0 + L_1 + L_2 + \dots \quad (2.19)$$

ou pour notre simulateur :

$$L = L_0 + L_{ciel} + (R + S)[L_0 + L_{ciel}] + (R + S)[(R + S)[L_0 + L_{ciel}]] + \dots = L_0 + L_1 + L_2 + \dots \quad (2.20)$$

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter un état de l'art sur les techniques de rendu temps-réel des transferts radiatifs dans les scènes extérieures.

Chapitre 3

État de l'art des méthodes de rendu de scènes extérieures

Le rendu d'une scène extérieure requiert le rendu du terrain (généralement statique), son éclairage, le rendu du ciel et des nuages, et la prise en compte de la perspective aérienne. Nous ne traiterons pas le rendu de la géométrie du terrain 3D dans ce chapitre (terrains hiérarchiques, problèmes de visibilité...) car ce n'est clairement pas l'objectif du stage. La seule chose à savoir, c'est que la représentation classique d'un terrain 3D est une grille régulière 2D de hauteurs.

Nous proposons une première partie consacrée au rendu de l'atmosphère, une deuxième partie sur le rendu des nuages et une troisième partie sur les modèles pour l'éclairage des terrains. Pour terminer nous étudierons 2 modèles temps-réels analytiques attractifs ainsi que leurs hypothèses. L'étape de conversion des radiances spectrales dispersées en des triplets RGB qui produisent la même réponse visuelle sur l'écran (*tone mapping*, [Sloup (2002)]) ne sera pas étudiée, mais il ne faut pas perdre de vue son importance.

3.1 Rendu de l'atmosphère et du ciel

Dans cette section, le rendu de l'atmosphère et du ciel est discuté (les nuages sont modélisés séparément). Ce qu'un observateur va pouvoir observer, va dépendre principalement de la densité des composants (molécules d'air, d'ozone, gouttelettes d'eau, poussière, aérosol, ...) de l'atmosphère et de la distance d'observation (profondeur optique) entre l'objet observé et l'observateur.

La couleur du ciel est une indication de référence sur les différentes parties de la journée. Ainsi la modéliser par une couleur uniforme n'est pas réaliste. La représentation RGB est suffisante pour capturer la couleur du ciel, mais insuffisante pour prédire les véritables couleurs du ciel lors de phénomènes dépendants des longueurs d'onde (arc-en-ciel,...).

3.1.1 Prise en compte de la dispersion atmosphérique

La source principale de lumière dans le ciel est évidemment le soleil lui-même. Cependant, en tant que résultat de la diffusion atmosphérique et de la réflexion des nuages et du sol, le ciel émet aussi de la lumière (indirecte). La distribution de la lumière sur l'hémisphère ou dôme visible du ciel dépend

des conditions environnementales particulières (humidité, position géographique, saison, ...). Un modèle physique précis qui décrit la propagation de la lumière dans l'atmosphère est nécessaire pour afficher la couleur du ciel [Sloup (2002)].

Pour le rendu de l'atmosphère il y a deux groupes de méthodes, celles qui se limitent à la dispersion simple (e.g. [Nishita et al. (1993)]) et celles qui traitent la dispersion multiple (e.g. [Nishita et al. (1996)]). Des méthodes utilisent des couches concentriques avec une densité constante (molécules d'air et aérosols) (e.g. [Nishita et al. (1993)]) et d'autres avec une densité qui décroît exponentiellement avec l'augmentation de l'altitude (e.g. [Riley et al. (2004)]). Ce ne sont pas les seules subdivisions de l'atmosphère proposées (e.g. [Nishita et al. (1996)]). Certaines méthodes [Nishita et al. (1996) et Bruneton and Neyret (2008)] pré-calculent les parties chères en calculs de l'équation du transport de la lumière (comme la transmittance) et d'autres [Sloan et al. (2002), Mäki-Patola (2003) et Xu et al. (2008)] pré-calculent l'éclairage du ciel (plutôt basses fréquences) et le projettent sur des fonctions de base appropriées hémisphériques/sphériques. Les projections sur des fonctions sphériques comme les harmoniques sphériques (cf. Annexe C.1, page 73) pour la radiance spectrale émise depuis le ciel utilisent le fait que la variation de la radiance est localement basses-fréquences. Le problème des pré-calculs est évidemment l'obtention d'une solution statique du point de vue des conditions atmosphériques. Mais l'utilisation du GPU peut accélérer significativement les pré-calculs [Bruneton and Neyret (2008)].

3.1.2 Temps clair ensoleillé

Une étude sur la modélisation et le rendu de l'atmosphère d'un ciel clair est accessible [Sloup (2002)]. Le rendu de la couleur du ciel clair ensoleillé en temps-réel utilise généralement une couleur uniforme, une photographie ou un modèle paramétrique. En fait le succès des modèles paramétriques résulte dans l'affichage d'une couleur de ciel visuellement plausible en fonction de la position du soleil et en temps réel (et prenant en compte souvent des conditions climatiques). Ces modèles peuvent être obtenus en limitant le nombre de dispersions et de réflexions ou en utilisant des représentations polynomiales des simulations physiques réalisées [Preetham et al. (1999)]. Pour plus de détails sur les modèles analytiques, veuillez consulter [Haber et al. (2005)] et les standards de la CIE (Commission Internationale de l'Éclairage, [Darula and Kittler (2002)]).

3.1.3 Le crépuscule

L'article de référence pour la simulation physique du crépuscule prenant en compte la diffusion atmosphérique multiple de la lumière du soleil est [Haber et al. (2005)]. Leur modèle d'atmosphère (réaliste) est composé de molécules d'air (à l'origine de la diffusion de Rayleigh), d'une mixture d'aérosols (à l'origine de la diffusion anisotropique de Mie) et de molécules d'eau. Ils prennent en compte la réfraction de la lumière directe du soleil, le "filtrage" dû à la couche d'ozone ainsi que l'ombre de la Terre. La prise en compte de la réfraction n'est pas justifiée. L'absorption due à la couche d'ozone peut être considérée négligeable [Nishita et al. (1993)], mais [Haber et al. (2005)] sous-entend le contraire. [Haber et al. (2005)] arrivent à simuler les nuances subtiles des ciels de lever ou coucher du soleil (qui changent très vite) et cela pour une grande variété de conditions climatiques. Les caractéristiques visuelles obtenues pour différents climats proviennent du logiciel public **OPAC** (*Optical Properties of Aerosols and Clouds* <http://www.lrz-muenchen.de/~uh234an/www/radaer/opac.html>). Un autre point intéressant de leur modèle est l'utilisation de deux représentations pour l'atmosphère. Ils utilisent une

représentation sous forme de couches qui partagent des mêmes propriétés optiques (humidité, altitude, concentration des composants...) avec approximativement la même quantité de molécules d'air, et une représentation sous forme de cellules sectorielles pour les transferts radiatifs.

Pour rendre correctement les couleurs du ciel du crépuscule, il n'est pas possible de limiter la dispersion à la dispersion simple ou double [Haber et al. (2005)]. Pour le crépuscule, l'illumination indirecte est très importante (car la plus grosse partie visible du soleil l'est depuis les hautes couches de l'atmosphère), ce qui explique la nécessité de prendre en compte la dispersion multiple. Dans [Haber et al. (2005)] l'illumination indirecte est décomposée en une partie anisotropique et une partie isotropique (approximation des dispersions d'ordre supérieur).

Pour un modèle de ciel de nuit (qui sort du cadre de notre projet), l'article de référence est [Jensen et al. (2001)].

3.1.4 Calcul de la contribution directe du ciel

Pour calculer l'illumination directe du ciel (source de lumière diffuse) d'un point p , une intégrale sur une hémisphère doit être calculée, plus précisément une intégrale (irradiance) sur les directions de l'hémisphère où le ciel est visible. Pour déterminer la zone visible de l'hémisphère du ciel, [Hoffman and Mitchell (2001)] utilise une carte d'horizon (cf. section 3.4.2).

3.2 Modèles pour les nuages

Dans l'article [Bouthors et al. (2006)], la dispersion multiple de Mie de la lumière au sein d'un nuage est prise en compte (avec un modèle de Mie modifié permettant de ne traiter que 4 types de dispersion : aucune, simple, double et diffuse), mais aussi les effets lumineux complexes dus à l'interaction du nuage avec son environnement. Leur modèle "physique" de nuage consiste en un ensemble de tranches homogènes contiguës d'une épaisseur fixée, pour lequel la lumière transmise et réfléchi sont déterminées en fonction du point de vue et de la position du soleil (si l'observateur et le soleil sont du même côté seules les réflexions sont considérées, sinon seules les transmissions sont prises en comptes). Un nuage peut être vu de n'importe quel point de vue, mais pas en son intérieur. Pour l'animation des nuages, le lecteur pourra se référer à [Dobashi et al. (2000a) et Liao et al. (2004)].

3.2.1 Processus de diffusion au sein d'un nuage

Dans un nuage la lumière est anisotropiquement dispersée (dispersion de Mie) plusieurs fois avant de le quitter. Malgré l'effet accumulé des diffusions successives, le caractère anisotropique de la dispersion reste prépondérant, particulièrement le long de la silhouette (silhouettes brillantes ou *silver lining*, [Bouthors et al. (2006)]) et dans la direction de la réflexion pseudo-spéculaire.

Tous les effets visuels que l'on peut observer sur un nuage sont dus directement ou indirectement à la forme particulière de la fonction de phase de Mie ([Bouthors et al. (2006)]). Une page Web intéressante pour le tracé de la fonction de phase de Mie est http://omlc.orgi.edu/calc/mie_calc.html.

3.2.2 Interactions entre le sol et la base des nuages

La première interaction (directe) entre le sol et les nuages est l'ombre portée : les nuages projettent des ombres sur le sol en fonction de la position du soleil. Ces ombres hautes résolutions peuvent être calculées par carte d'ombre (*shadow map*, [Williams (1978)]). Le deuxième type d'interaction (indirecte) entre le sol et le nuage est les inter-réflexions (échanges d'énergie lumineuse). Les inter-réflexions sont des caractéristiques basses fréquences ([Gautron et al. (2005) et Bouthors et al. (2006)]). Pour les inter-réflexions sol-nuage en graphique, le sol et le dessous des nuages sont des réflecteurs lambertiens (idéalement diffus). La base d'un nuage reflète la radiance émise par le sol car l'albédo d'un nuage est élevé (proche de 1 [Bouthors et al. (2006)]).

Dans [Bouthors et al. (2006)], le sol et la base d'un nuage sont considérés plats, horizontaux et parallèles, ce qui n'est pas toujours le cas (grosse limitation). Ils présentent un algorithme sur GPU (*shaders*) pour calculer les inter-réflexions entre le sol et la base d'un nuage par itérations successives du calcul de radiosité (pour simuler les échanges de lumière entre le sol et le nuage sans la prise en compte de l'atmosphère). A chaque passe (alternativement du sol vers la base du nuage et de la base du nuage vers le sol), et à chaque point du receveur (qui est une texture parallèle) une intégrale sur une hémisphère de la lumière arrivant doit être calculée. Cette irradiance E permet à la fois de mettre à jour la quantité d'énergie lumineuse totale reçue et la quantité d'énergie lumineuse émise à la prochaine itération (grâce à un champ de réflectance ρ , par $\frac{\rho}{\pi}E$). Les textures utilisées pour accumuler l'irradiance reçue et pour déterminer l'énergie émise (en fait réfléchie) à la prochaine itération sont mises à jour à l'aide de cibles de rendu multiples et leur niveaux de MIP-Map sont générés directement par le GPU. Puisque les inter-réflexions sont basses fréquences, ces textures sont basse résolution et seules quelques itérations sont nécessaires pour le calcul d'une pyramide de texture. Pour le calcul des échanges lumineux pour des terrains typiques (avec un albédo entre 0.1 et 0.2), 2 itérations sont suffisantes pour atteindre le réalisme visuel (pour des paysages enneigés d'albédo 0.8-0.9, plus d'itérations sont requises).

3.3 Modèles pour l'éclairage de terrains

Dans cette section nous présentons des méthodes pour calculer l'éclairage d'un terrain 3D statique en temps-réel. Nous parlerons d'abord des méthodes basées sur des pré-calculs de l'illumination global prenant en compte les transferts de radiance (ombres et inter-réflexions). Puis nous aborderons les méthodes basées sur des pré-calculs de visibilité (utilisant un facteur d'occultation).

3.3.1 Pré-calculs des transferts de radiance

Pour des sources de lumière surfaciques, distantes, et basses fréquences comme le ciel il existe les Harmoniques Sphériques (HS) [Green (2003)]. Cette méthode consiste à projeter la source de lumière basses fréquences sur un petit nombre de coefficients de la base des harmoniques sphériques (représentation compacte de la source de lumière). En plus d'être compacte les HS ont des propriétés telles que l'invariance par rotation qui permet de faire subir les rotations directement à la version projetée de la source et donc permet de l'éclairage dynamique (pour plus de détails sur les HS, cf. Annexe C.1, page 73). Les HS sont associées aux techniques PRT (*Precomputed Radiance Transfer*) [Sloan et al. (2002)], qui consistent à pré-calculer des fonctions de transferts (vecteur, matrice) sur la même base de projection

utilisée pour la source (il existe d'autres bases que les HS). Ces fonctions de transfert permettent de déterminer l'irradiance du terrain en fonction de la position de la source (en prenant en compte les ombres, les inter-réflexions...). Elles décrivent le comportement de la lumière et peuvent par exemple être calculées pour chaque sommet du terrain. Ces méthodes sont restreintes aux objets non-déformables et donc aux terrains statiques. Au départ la PRT était limitée aux basses fréquences, car les HS n'étaient pas une base adéquate. Les techniques PRT actuelles permettent de capturer des ombres hautes fréquences pour des environnements hautes fréquences mais par pour l'éclairage direct du soleil [Ng et al. (2003), Liu et al. (2004) et Wang et al. (2006)]. Le problème des techniques PRT, c'est qu'il n'est actuellement pas possible de capturer des effets d'inter-réflexions hautes fréquences. La PRT est applicable à des sources de lumière locales [Sloan et al. (2005)] et [Kristensen et al. (2005) et Kontkanen et al. (2006)]. Pour plus de détails sur la PRT, cf. Annexe C.2, page 76.

3.3.2 Pré-calcul de visibilité

L'idée générale ici est de prendre en compte le voisinage d'un point dans son éclairage, en déterminant la partie de l'hémisphère qui "voit" la source de lumière surfacique. Par exemple, le modèle de [Hoffman and Mitchell (2001)] (détaillé plus loin) sépare la partie qui voit la source de lumière hémisphérique de la partie inter-réflexions sol-sol dans le calcul de l'irradiance d'un point du sol. Des facteurs d'occultation sont ainsi pré-calculés pour tous les sommets de la scène. Ils peuvent être utilisés pour simuler les ombres dans une scène éclairée par de l'éclairage ambiant (diffus) (Occultation Ambiante [Zhukov et al. (1998)], cf. Annexe C.3, page 77).

Une méthode particulièrement attractive pour approximer les ombres directes hautes fréquences des sources de lumière dynamiques et surfaciques (dont le soleil) est l'Ouverture sur l'éclairage Ambiant [Oat and Sander (2007)]. Cette méthode suppose que le terrain est diffus. Elle prend en compte l'éclairage direct du soleil en projetant des ombres calculées à partir de la visibilité des points (calcul basé sur l'intersection de calottes sphériques source de lumière - visibilité d'un point). Elle tient aussi compte de l'éclairage indirect de la scène en éclairant un point par de la lumière indirecte ambiante (couleur moyenne du ciel) et cela proportionnellement à zone de visibilité du point qui n'est pas intersectée par la source de lumière directe. Pour plus de détails, cf. Annexe C.4, page 79.

3.4 Étude de modèles temps-réel

Dans cette section nous étudions des modèles temps-réel valides pour un modèle de Terre plate (l'observateur est limité à une dizaine de km d'altitude car au-delà la courbure de la Terre ne peut plus être négligée).

3.4.1 Modèle de ciel pour une Terre plate de Riley, Ebert, Kraus, Tessendorf et Hansen

Nous présentons dans cette section le modèle analytique de [Riley et al. (2004)] qui approxime la radiance émise depuis le ciel par la dispersion simple de la lumière du soleil, et qui prend en compte la transparence de l'atmosphère due aux molécules d'air. L'approximation de la dispersion simple de la lumière donne la quantité de lumière redirigée vers l'observateur (en tenant compte de la transparence) et donc donne la perspective aérienne.

**CHAPITRE 3. ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE RENDU DE SCÈNES
EXTÉRIEURES**

Le modèle de dispersion simple de [Riley et al. (2004)] ne prend pas en compte l'influence du sol ni l'influence des nuages dans la lumière redirigée vers l'observateur. Or d'une part les nuages peuvent réfléchir une bonne proportion du flux lumineux, et d'autre part la contribution de la réflexion directe sur le sol des rayons lumineux émis par le soleil peut être conséquente si l'albédo du sol est élevé.

Voici l'expression analytique pour le calcul de la transmittance :

$$T_{\lambda}(p, \vec{v}, K) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\beta_{\lambda}^{d\ mer}}{\gamma \vec{v} \cdot \vec{u}_z} e^{-\gamma p \cdot \vec{u}_z} \left[1 - e^{-\gamma \vec{v} \cdot \vec{u}_z K}\right]\right) & \text{si } \vec{v} \cdot \vec{u}_z \neq 0 \\ \exp\left(-\beta_{\lambda}^{d\ mer} e^{-\gamma p \cdot \vec{u}_z} K\right) & \text{si } \vec{v} \cdot \vec{u}_z = 0 \end{cases}$$

Dans l'équation ci-dessus, \vec{u}_z est la direction de la verticale, p est le point de départ, \vec{v} la direction de vue, γ est le taux de décroissance ($\frac{1}{H_R}$), K est la distance entre le point observé et le point de départ. Si $\vec{v} \cdot \vec{u}_z = 0$, c'est le cas d'un rayon de vue horizontal.

Grâce à cette formulation analytique de la transmittance, il est possible de déterminer la radiance émise par le soleil (d'intensité en dehors de l'atmosphère I_{λ}^{soleil} et situé à l'infini selon la direction \vec{v}_s , cette direction ayant sa troisième coordonnée strictement positive) :

$$L_{\lambda}^{soleil}(p, \vec{v}_s) = I_{\lambda}^{soleil} \exp\left(-\frac{\beta_{\lambda}^{d\ mer}}{\gamma \vec{v}_s \cdot \vec{u}_z} e^{-\gamma p \cdot \vec{u}_z}\right) \quad (3.1)$$

Finalement l'expression analytique de la dispersion simple de Rayleigh de la lumière du soleil vers le point d'observation (intégrale du *in-scattering* le long du rayon d'observation) est (version corrigée, car dans [Riley et al. (2004)] il manque un terme) :

$$L_{\lambda}(p, \vec{v}) = I_{\lambda}^{soleil} P_R(\vec{v} \cdot \vec{v}_s) \frac{\vec{v}_s \cdot \vec{u}_z}{\vec{v} \cdot \vec{u}_z - \vec{v}_s \cdot \vec{u}_z} [E1 - E2] \quad (3.2)$$

Où respectivement :

$$\begin{cases} E1 = \begin{cases} \exp\left(\left[F_{\lambda}^{oeil}(\vec{v}_s \cdot \vec{u}_z) - F_{\lambda}^{oeil}(\vec{v} \cdot \vec{u}_z)\right] e^{-\gamma \vec{v} \cdot \vec{u}_z K}\right) & \text{si } \vec{v}_s \cdot \vec{u}_z \neq 0 \\ \exp\left(-\beta_{\lambda}^{d\ mer} e^{-\gamma p \cdot \vec{u}_z} K\right) E2 & \text{si } \vec{v}_s \cdot \vec{u}_z = 0 \end{cases} \\ E2 = \exp\left(F_{\lambda}^{oeil}(\vec{v}_s \cdot \vec{u}_z)\right) \\ F_{\lambda}^{oeil}(z) = -\frac{\beta_{\lambda}^{oeil}}{\gamma z} = -\frac{\beta_{\lambda}^{d\ mer}}{\gamma z} e^{-\gamma z} \end{cases}$$

Remarque : Il existe un autre modèle très utilisé pour représenter la perspective aérienne [Preetham et al. (1999)].

3.4.2 Modèle d'éclairage de terrain de Stewart et Langer repris par Hoffman et Mitchell

Afin d'éviter les calculs coûteux de radiosité, un modèle d'illumination simple prenant en compte les inter-réflexions (sans atmosphère) a été développé par [Stewart and Langer (1997)]. Ce modèle suppose que sous des conditions d'éclairage diffus avec un sol d'albédo constant, les points d'un sol lambertien

CHAPITRE 3. ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE RENDU DE SCÈNES EXTÉRIEURES

tendent à voir des points du sol qui ont approximativement la même irradiance (donc qui émettent approximativement la même radiance). Les points brillants sur des sommets tendent à voir d'autres points brillants sur des sommets, tandis que des points sombres dans des vallées tendent à voir d'autres points sombres dans les vallées. [Hoffman and Mitchell (2001)] ont réutilisé ce modèle avec un sol d'albédo variable. Les références relatives à cette section sont [Hoffman and Mitchell (2001), Stewart and Langer (1997) et Stewart (1998)].

Voici le détail de ce modèle :

- Le terrain est éclairé par le ciel : une source diffuse uniforme [Stewart and Langer (1997)] ou une source hémisphérique diffuse [Hoffman and Mitchell (2001)] constante par patch (entre 1 et 8 patches). Le ciel dans les 2 cas ne réfléchit pas la lumière émise par d'autres sources (le terrain lui-même, une partie du ciel, ...).
- Le terrain est un terrain lambertien et donc les réflexions sur ce dernier sont diffuses et uniformes ($BRDF = \frac{reflectance}{\pi}$).
- Pas de contrainte sur la géométrie du terrain.
- L'hypothèse faite est que sous des conditions d'éclairage diffus, chaque point tend à voir des points qui ont le même éclairage que lui-même. Cette hypothèse exploite la faible variation locale de la radiance reçue sur le sol pour de l'éclairage diffus.
- L'illumination directe du soleil (hautes fréquences) est traitée séparément [Hoffman and Mitchell (2001)], mais pas les inter-réflexions hautes fréquences dues au soleil.
- Seule l'équation de radiativité simple est utilisée, c'est-à-dire que l'influence de l'atmosphère n'est pas prise en compte (transparence et dispersion, pour la contribution directe du ciel et pour les inter-réflexions sol-sol).

Voici le détail mathématique de ce modèle pour l'illumination par une source diffuse uniforme constante, le ciel (sans nuage) :

$$E(x) = \int_{\vec{\omega} \in D(x)} L^{ciel}(x, \vec{\omega}) \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega + \int_{\vec{\omega} \in H(x) \setminus D(x)} L^{sol}(x, \vec{\omega}) \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega \quad (3.3)$$

$D(x)$ désigne l'ensemble des directions de l'hémisphère $H(x)$ pour lesquelles le ciel est visible (pas occulté par le sol). La contribution du ciel L^{ciel} est supposée constante sur l'hémisphère (plus de dépendance en x ni en \vec{v}). En l'absence d'atmosphère et de nuage, pour un sol lambertien d'albédo ρ variable spatialement, $L^{sol}(x, \vec{v}) = E \frac{\rho}{\pi}(x)$ (un point du sol voit un point qui émet la même radiance). La couleur du sol peut être prise en compte en utilisant une texture de réflectance C , pré-multipliée par ρ ($L^{sol}(x, \vec{v}) = L^{ciel} \frac{C(x)}{\pi}$).

$$E(x) = L^{ciel} \int_{\vec{\omega} \in D(x)} \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega + \frac{C(x)E(x)}{\pi} \int_{\vec{\omega} \in H(x) \setminus D(x)} \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega \quad (3.4)$$

Soit :

$$E(x) = \frac{L^{ciel} \int_{\vec{\omega} \in D(x)} \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega}{1 - \frac{C(x)}{\pi} \int_{\vec{\omega} \in H(x) \setminus D(x)} \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega} \quad (3.5)$$

Ou encore :

$$E(x) = \frac{L^{ciel} \int_{\vec{\omega} \in D(x)} \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega}{1 - C(x) \left[1 - \frac{1}{\pi} \int_{\vec{\omega} \in D(x)} \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega \right]} \quad (3.6)$$

En expression compacte :

$$\begin{cases} \frac{E(x)}{\pi} = \frac{L^{ciel} K(x)}{1 - C(x)[1 - K(x)]} \\ K(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\vec{\omega} \in D(x)} \vec{n}(x) \cdot \vec{\omega} d\omega \end{cases}$$

$K(x)$ peut se calculer grâce à une carte d'horizon (avec des angles d'élévation maximaux) [Stewart (1998) et Max (1988)]. D'après [Stewart and Langer (1997)], une carte d'horizon avec 8 secteurs pour chaque point permet le calcul de $K(x)$ par (φ_i est l'angle d'élévation maximal du secteur i) :

$$\begin{cases} K(x) = \frac{1}{2\pi} \vec{n}(x) \cdot \sum_{i=0}^7 \left(\left(\varphi_i - \frac{\sin 2\varphi_i}{2} \right) \Delta \sin_i, \left(\varphi_i - \frac{\sin 2\varphi_i}{2} \right) \Delta \cos_i, \frac{\pi}{4} \sin^2 \varphi_i \right) \\ \Delta \sin_i = \sin \left(\frac{\pi}{4}(i+1) \right) - \sin \left(\frac{\pi}{4}i \right) \\ \Delta \cos_i = \cos \left(\frac{\pi}{4}i \right) - \cos \left(\frac{\pi}{4}(i+1) \right) \end{cases}$$

Si \vec{u}_z désigne le vecteur vertical (la direction vers le haut), alors le facteur d'occultation pour un morceau de sol rectangulaire (cf. figure 3.1) est $\frac{1 + \vec{n}(p) \cdot \vec{u}_z}{2} = \frac{1 + \cos(\text{angle pente})}{2}$. Ce facteur d'occultation est par exemple utile dans le cas d'une source uniforme comme pour la source diffuse du dessous des nuages initiale pour calculer l'irradiance des points sur des parties du sol avec une pente entre 0 et 90 degrés à partir de la contribution reçue sur un sol horizontal.

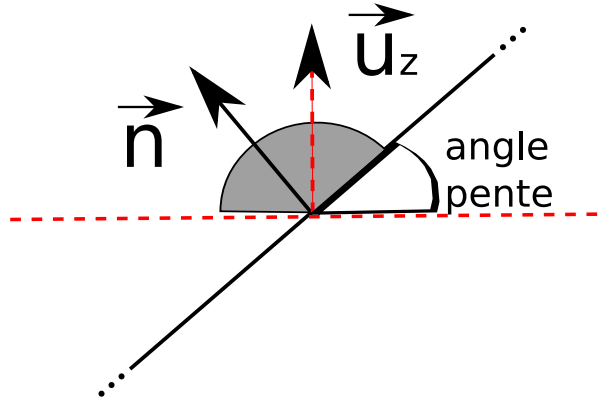


FIG. 3.1: Facteur d'occultation pour un morceau de sol planaire. La zone grise représente la partie de l'hémisphère qui "voit" la source de lumière diffuse.

Remarque : Dans l'équation 3.6, le numérateur peut être adapté dans le cas où l'approximation du ciel est constante par morceau (anneaux hémisphériques), i.e., $D(x)$ peut être subdivisé en $D_0(x)$, $D_1(x)$, ..., $D_n(x)$ pour donner la contribution du ciel correspondante à l'approximation de ce dernier.

Calcul d'une carte d'horizon

Pour connaître la ligne d'horizon d'un point du sol donné, il est suffisant de sauvegarder l'angle d'élévation maximal de la géométrie dans une direction azimutale. Si plusieurs directions sont utiles à l'application, la méthode utilisée est de diviser le plan horizontal x-y en s secteurs (8 le plus souvent) et ainsi définir une fonction constante par morceaux (méthode conservatrice) qui en fonction de l'angle azimutal va renvoyer l'angle d'élévation maximal [Stewart (1998)].

3.5 Limites des modèles temps-réel étudiés

Voici les limites/effets non-précédemment pris en compte des modèles étudiés :

- Les inter-réflexions sol-nuages du modèle de [Bouthors et al. (2006)] ne sont possibles que pour des sols plats horizontaux et ne prennent pas en compte l'atmosphère ; inter-réflexions basses fréquences seulement.
- Le modèle de [Riley et al. (2004)] ne prend pas en compte les nuages et l'albédo du sol dans la perspective aérienne ; la radiance du ciel est limitée à la dispersion simple ; la Terre est supposée plate.
- Pour [Hoffman and Mitchell (2001), Stewart and Langer (1997) et Stewart (1998)] les inter-réflexions sol-sol ne prennent pas en compte l'atmosphère et [Stewart and Langer (1997)] suppose un albédo constant (variable pour [Hoffman and Mitchell (2001)]) ; source diffuse uniforme ; un point du sol voit des points du sol avec la même irradiance.

Dans le cas général, les inter-réflexions sol-nuage ne sont pas basses fréquences. Par exemple le cas des ombres directes du soleil qui interviennent dans des inter-réflexions (hautes fréquences) ; la forme particulière d'un sol quelconque peut aussi avoir une influence locale sur la radiance reçue par le dessous des nuages (moyennes fréquences). Tout cela signifie qu'il faudra adapter la résolution des textures d'échanges radiatifs aux phénomènes fréquentiels que l'on désire percevoir.

Quelle est l'influence de l'atmosphère dans les inter-réflexions (sol-nuage et sol-sol) ? Quelle influence la pente du sol joue-t-elle dans les transferts radiatifs (effets d'occultation et d'angles solides différents) ? Combien faut-il d'itérations pour la convergence des inter-réflexions (sol-nuage et sol-sol) ? L'influence des inter-réflexions est-elle plus importante dans les zones d'ombre ?

Nous essaierons de répondre à ces questions dans la suite de ce rapport grâce à nos simulations réalisées sur différentes scènes. Nous ne devons pas perdre de vue notre objectif du rendu temps-réel réaliste, ainsi les simulations permettront de nous dire quels sont les effets négligeables (des mesures chiffrées de ce qui se passe visuellement) ou pas. Elles nous permettront aussi de montrer les limites des modèles analytiques actuels. Par exemple, le modèle de [Hoffman and Mitchell (2001)] utilise l'hypothèse qu'un point du sol voit son voisinage avec la même irradiance. Cela ne semble pas correct si des ombres dures sont par exemple à proximité d'un point éclairé.

Le prochain chapitre présente le simulateur que nous avons programmé lors de ce stage.

*CHAPITRE 3. ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE RENDU DE SCÈNES
EXTÉRIEURES*

Chapitre 4

Simulateur

Dans ce chapitre, le simulateur que nous avons programmé (en C++) lors du stage, les caractéristiques des simulations, ainsi que la validation du simulateur sont présentés. Les objectifs sont de montrer que le simulateur simule correctement les inter-réflexions sol-nuage et sol-sol, et la dispersion atmosphérique.

4.1 Présentation

Dans cette section, nous présentons les différentes parties de notre simulateur et son fonctionnement.

Nous avons programmé un simulateur pour simuler par itérations successives les transferts radiatifs régis par l'équation 2.18 (page 17) dans un paysage 3D. Pour simuler la dispersion atmosphérique le simulateur (cf. figure 4.1) dispose de 3 grilles 5D (abscisse, hauteur, profondeur, secteur angulaire en θ , secteur angulaire en ϕ) qui échantillonnent la radiance émise dans l'espace 3D. Ces 3 grilles correspondent au calcul de la dispersion entrante en une position de l'espace 3D pour l'itération courante, au calcul de la dispersion entrante le long d'un rayon (dans la zone de simulation) jusqu'à une position 3D pour l'itération courante, et au calcul de la dispersion totale le long d'un rayon. La dernière grille est utilisée pour des mesures sur la perspective aérienne. La résolution des grilles dépend de la taille du terrain et de l'altitude maximale de simulation, à partir de laquelle nous utilisons des modèles analytiques disponibles. Pour simuler les inter-réflexions (sol-nuage et sol-sol), le dessous des nuages ainsi que chaque "morceau" planaire de terrain aura 2 textures 2D, une pour le calcul de l'irradiance totale accumulée et l'autre pour la radiance à émettre à la prochaine itération. L'irradiance totale sert à la visualisation du sol et du dessous des nuages, et aux mesures de la radiance reçue. Pour la présence de nuages, nous utilisons une couche nuageuse d'épaisseur constante (cela correspond aux nuages stratiformes).

Pour diminuer la quantité de calculs, nous étudierons seulement des terrains 3D identiques selon l'axe Oy. Ils seront décrits par des positions 2D (abscisse, hauteur) et la valeur sera inchangée le long de Oy. Les 3 grilles seront seulement 4D et les textures 1D puisqu'il n'y aura plus de variation selon la profondeur Oy. Ces terrains permettront de visualiser en 2D l'irradiance accumulée sur le sol ou le dessous des nuages en fonction de l'abscisse. Notre simulateur peut aussi traiter des terrains 3D plus généraux. Pour éviter d'avoir des problèmes sur les bords le simulateur étend automatiquement les terrains fournis à l'infini à gauche et à droite de la scène (en prenant le point le plus proche). De même s'il est spécifié couche nuageuse sur la moitié gauche ou droite de la scène, elles seront étendues à l'infini à gauche et à droite respectivement.

La zone simulée commence à l'altitude 0 km et s'arrête à l'altitude 2.0 km, même en l'absence de nuage (la description du sol doit rester dans la zone simulée). Le modèle empirique de la décroissance exponentielle de la densité des molécules d'air sur 8 km et de celle des aérosols sur 1.2 km sera utilisé. La transparence due aux molécules d'air sera calculée à l'aide du modèle analytique de [Riley et al. (2004)].

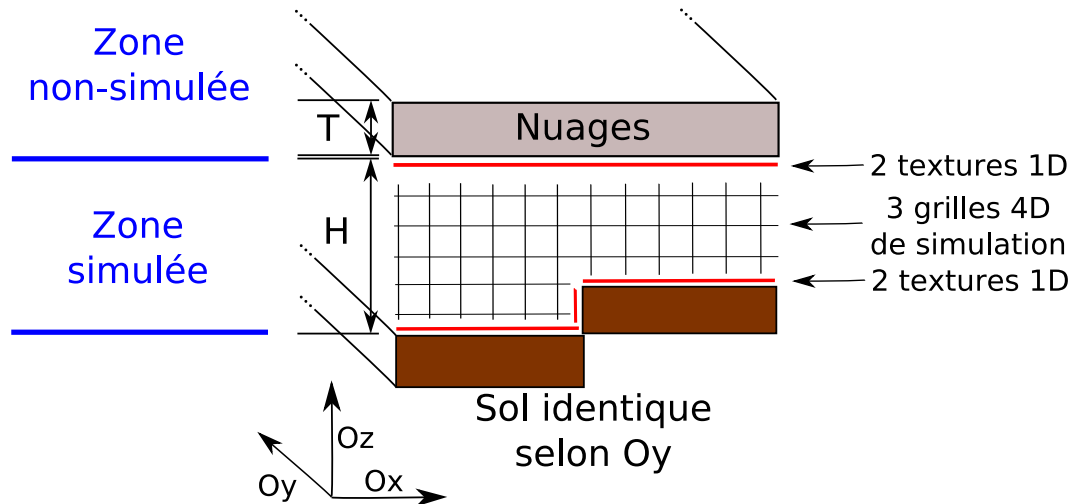


FIG. 4.1: Fonctionnement de notre simulateur

Le simulateur mesurera la perspective aérienne et la radiance totale reçue par le sol ou le dessous des nuages. Cela permettra de faire une étude sur les inter-réflexions sol-nuages et sol-sol, mais aussi de déterminer l'influence des nuages et du sol sur la perspective aérienne. Le simulateur prendra en compte la dispersion de Rayleigh, mais pourra aussi intégrer certains types d'aérosols si désiré. Remarquons que notre modèle actuel d'atmosphère est celui d'une atmosphère sèche, sans aucune impureté. Cela n'est en pratique jamais le cas. Néanmoins, il est essentiel de commencer nos études avec ce type d'atmosphère pour contrôler l'influence de chaque paramètre.

4.2 Hypothèses de simulation

Voici une liste des hypothèses de simulation :

- Terre plate, ce qui contraint $0 \leq \theta_s \leq 70$ degrés [Preetham et al. (1999)] pour rester dans des résultats simulés corrects. Pour des angles zénithaux supérieurs à 70 degrés, la courbure de la Terre n'est plus négligeable.
- Le soleil, étant très éloigné de la Terre, sera une source directe directionnelle fonction de 2 angles, θ_s et ϕ_s , la direction du soleil (angles zénithal et azimutal). La radiance émise par le soleil sera (1,1,1) pour les 3 composantes RGB pour l'ensemble de nos simulations. Cette radiance émise peut être fixée par l'utilisateur si nécessaire.
- Le ciel sera une source directe hémisphérique, dépendant de la direction d'observation et représentant la dispersion simple (*I-scatter*) du soleil dans la zone non-simulée (nous utiliserons le modèle analytique de [Riley et al. (2004)]). Ce modèle est une bonne approximation car les 1-scatters "dominant" les autres scatters (surtout dans le cas d'une atmosphère relativement sèche et pour un

$\theta_s \leq 70$ degrés).

- Terrains identiques selon Oy (pour gagner un facteur temps de calculs considérable), idéalement diffus (modèle lambertien avec le cosinus). La dimension selon les abscisses des terrains sera inférieure à 50km pour rester dans un cadre réaliste par rapport au modèle de Terre plate.
- Couche nuageuse idéalement diffuse (la transmittance diffuse T_{ms} de [Bouthors et al. (2006)] sera utilisée pour atténuer la lumière du soleil), d'épaisseur 400m et se trouvant à l'altitude 2.0km (paramètres par défaut, pouvant être modifiés par l'utilisateur).

4.3 Choix des paramètres de simulation

Cette section concerne les paramètres d'échantillonnage et ceux des simulations.

4.3.1 Prédéfinis

Pour une simulation, nous avons prédéfini un certain nombre de paramètres :

- Les 3 grilles 4D de simulation de la dispersion sont échantillonnées tous les kilomètres selon les abscisses, tous les 62.5 m en hauteur et utilisent 32 secteurs pour les angles θ et ϕ .
- Pour les nuages, les 2 textures 1D sont échantillonnées tous les 200 m.
- Pour un morceau de sol rectangulaire, les 2 textures 1D sont échantillonnées tous les 100 m.
- Pour les calculs d'irradiance sur le sol ou le dessous des nuages, 32 secteurs seront utilisés pour les angles θ et ϕ en présence d'atmosphère et 64 sinon. Comme ici l'intégration se passe sur une hémisphère, il faut diviser le nombre de secteurs par 2 pour θ . Ce choix a été effectué dans le but d'augmenter la précision des intégrales lorsqu'il n'y a pas les 3 grilles de dispersion à simuler.
- Par défaut pas d'aérosol.

4.3.2 Pour une simulation

L'utilisateur peut fixer les paramètres suivants lors d'une simulation :

- Nuages à gauche ($x \leq 0$).
- Nuages à droite ($x \geq 0$).
- Fonction de phase à utiliser : Rayleigh ou isotropique ($\frac{1}{4\pi}$).
- Prendre en compte la transmittance atmosphérique.
- Prendre en compte la dispersion atmosphérique.
- Densité atmosphérique constante ou à décroissance exponentielle.
- Prendre en compte le ciel comme source directe.
- Prendre en compte des aérosols.

4.4 Algorithme itératif de simulation

Cette partie présente l'algorithme de simulation et est en partie inspirée du travail de mon tuteur de stage [Bruneton and Neyret (2008)].

Le principe de base de l'algorithme itératif présenté ici, est de calculer à chaque itération la radiance reçue en un point du sol, au-dessous des nuages et de calculer la radiance dispersée selon les directions de

la sphère unité pour chaque point des 3 grilles de simulation qui se trouve au-dessus du sol et en-dessous de l'altitude 2 km.

La couche nuageuse et les "morceaux" de sol sont munis de 2 textures. Une texture E dans laquelle l'irradiance totale reçue (pour plusieurs itérations) va être accumulée et une texture de radiance à émettre ΔE , qui représente la quantité d'énergie reçue à l'itération courante qu'il faut émettre par réflexion à la prochaine itération.

La grille 4D ΔJ représentera la dispersion entrante pour l'itération courante en une position de l'espace 3D selon les directions échantillonnées de la sphère unité. La grille 4D ΔS représentera la dispersion entrante pour l'itération courante vers une position 3D le long d'un rayon dans la zone de simulation. La grille S représentera la dispersion entrante totale vers une position 3D le long d'un rayon dans la zone de simulation.

4.4.1 Initialisation

Ici $L_0 + L_{ciel}$ est la source lumineuse à la première itération (l'itération 0) et $E[L]$ désigne l'irradiance (cf equation 2.1, page 8). $S[L]$ est défini par l'équation 2.14 page 16.

- $\Delta E_{sol}(x) = E[L_0 + L_{ciel}](x)$; $\Delta E_{nuage}(x) = 0$; $E_{sol}(x) = \Delta E_{sol}(x)$; $E_{nuage}(x) = 0$;
- $\Delta S(x, \vec{v}) = S[L_0 + L_{ciel}](x, \vec{v})$; $S(x, \vec{v}) = \Delta S(x, \vec{v})$;

$E[L_0 + L_{ciel}](x)$ sera différent en fonction de la présence des nuages. Le type d'éclairage sera aussi modifié par la présence des nuages qui diffusent la lumière émise par le soleil et le ciel. $\Delta E_{nuage}(x)$ et $E_{nuage}(x)$ ne seront calculés que s'il y a des nuages.

4.4.2 Faire une itération

$J[L]$ est défini par l'équation 2.13 page 16.

1. Calcul du nouveau ΔJ : $\Delta J(x, v) = J[T \frac{\alpha}{\pi} \Delta E + \Delta S](x, v)$;
2. Calcul de ΔE et mise à jour de E (sol et nuage) : $\Delta E(x) = E[T \frac{\alpha}{\pi} \Delta E + \Delta S](x)$; $E(x) += \Delta E(x)$;
3. Calcul d'un nouveau ΔS à partir du ΔJ calculé au début de l'itération : $\Delta S(x, v) = \int_x^{x_0} T(x, y) \Delta J(y, v) dy$;
 $S(x, v) += \Delta S(x, v)$;

4.5 Validation du simulateur

Afin de vérifier l'absence d'erreur dans notre simulateur, nous avons procédé à la validation de ce dernier en 3 étapes. Une première étape a été de valider informatiquement au fur et à mesure le code source, e.g. avec des tests unitaires. Une deuxième étape a consisté à valider mathématiquement les transferts radiatifs simulés en contraignant certaines parties du simulateur. Par exemple, nous avons validé les inter-réflexions sol-nuage en ne prenant pas en compte l'atmosphère, ou nous avons validé ΔE , ΔJ et ΔS pour une atmosphère avec une densité constante avec une fonction de phase isotrope pour la dispersion. Une dernière étape a été de comparer les résultats des simulations avec des mesures réelles pour voir si nous nous trouvions dans un cas physiquement plausible, en particulier pour la dispersion atmosphérique simulée (puisque notre modèle de sol est un modèle plus graphique que physique). Pour cela nous avons utilisé les mesures du CIE (Commission Internationale de l'Eclairage, [Darula and Kittler (2002)]) dans le cas du ciel clair ensoleillé.

4.5.1 Validation informatique

Nous avons fait des tests unitaires pour le calcul des intersections, de l'intégration sur une hémisphère étant donné une normale et un point, de l'intégration sur une sphère. Nous avons bien vérifié que l'intégrale d'un cosinus sur une hémisphère donnait π , que l'intégrale d'une fonction unitaire sur une sphère donnait 4π ... Nous avons fait du debug numérique pas à pas.

Nous avons aussi suivi quelques principes généraux comme la réutilisation du code lorsqu'elle était possible. Nous avons analysé les résultats obtenus par simulations sur plusieurs scènes pour s'assurer de leur cohérence avec la scène, la position du soleil et la présence ou absence de nuages.

4.5.2 Validation par modèles mathématiques simples

Dans cette partie, nous présentons des modèles mathématiques pour le cas idéal diffus qui ont été utilisés dans notre simulateur pour valider les résultats obtenus.

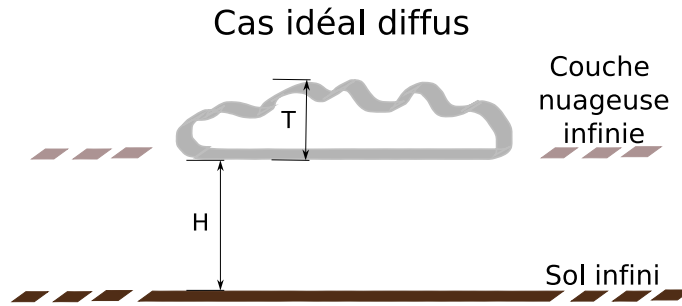


FIG. 4.2: Scène de validation des échanges radiatifs

Cas idéalement diffus (validation des inter-réflexions sol-nuage) : Nous nous plaçons dans le cas d'un sol plat horizontal infini idéalement diffus d'albédo ρ et d'une couche nuageuse infinie idéalement diffuse de réflectance R_{ms} . Il n'y a pas d'atmosphère dans la zone de simulation, ainsi ni la transparence, ni la diffusion de l'atmosphère ne sont prises en compte. Au cours de l'itération i des inter-réflexions, si $\frac{\rho}{\pi}\Delta E_{sol}^{i-1}$ désigne la radiance émise par le sol (diffuseur idéal) et ΔE_{nuage}^i l'irradiance reçue par les nuages, alors :

$$\Delta E_{nuage}^i(p) = \int_{\omega \in H(p)} \left(\frac{\rho}{\pi} \Delta E_{sol}^{i-1} \right) (p, \omega) N_{nuage} \cdot \omega d\omega \quad (4.1)$$

Comme tout est idéalement symétrique, la dépendance en p n'existe pas (celle en ω de ΔE_{sol}^{i-1} aussi) :

$$\Delta E_{nuage}^i = \frac{\rho \Delta E_{sol}^{i-1}}{\pi} \underbrace{\int_{\omega \in H_{basse}} N_{nuage} \cdot \omega d\omega}_{=\pi} = \rho \Delta E_{sol}^{i-1} \quad (4.2)$$

Symétriquement :

$$\Delta E_{sol}^i = R_{ms} \Delta E_{nuage}^{i-1} \quad (4.3)$$

Il reste à déterminer les sources initiales. Le sol n'est pas émetteur. Par contre à l'itération 0 (du dessous des nuages vers le sol), les nuages sont émetteurs. Ils reçoivent le 0-scatter $I = (I_{soleil} + I_{ciel})$

dont ils transmettent une fraction T_{ms} de manière uniforme sur les 2π stéradians de l'hémisphère H_{basse} du dessous des nuages. Ainsi on obtient une radiance émise de $\frac{T_{ms} \cdot I}{2\pi}$ pour une direction quelconque de H_{basse} . Alors :

$$\Delta E_{sol}^0 = \frac{T_{ms} \cdot I}{2\pi} \int_{\omega \in H_{basse}} N_{nuage} \cdot \omega d\omega = \frac{T_{ms} \cdot I}{2} \quad (4.4)$$

Maintenant il est possible de calculer l'irradiance totale du sol E_{sol} et celle du dessous des nuages E_{nuage} :

$$\begin{cases} E_{sol}^{2n} = \frac{T_{ms} \cdot I}{2} + R_{ms} \Delta E_{nuage}^1 + \dots + R_{ms} \Delta E_{nuage}^{2n-1} \\ E_{nuage}^{2n+1} = \rho \Delta E_{sol}^0 + \rho \Delta E_{sol}^2 + \dots + \rho \Delta E_{sol}^{2n} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{sol}^{2n} = \frac{T_{ms} \cdot I}{2} \left(\underbrace{1}_{iter\ 0} + \underbrace{\rho R_{ms}}_{iter\ 2} + \underbrace{\rho^2 R_{ms}^2}_{iter\ 4} + \underbrace{\rho^3 R_{ms}^3}_{iter\ 6} + \dots + \underbrace{\rho^n R_{ms}^n}_{iter\ 2n} \right) \\ E_{nuage}^{2n+1} = \rho E_{sol}^{2n} \end{cases}$$

Ainsi :

$$\begin{cases} E_{sol} = \frac{T_{ms} \cdot I}{2} \left(\underbrace{\sum_{i=0}^{+\infty} (\rho R_{ms})^i}_{\text{Suite geometrique convergente si } |\rho R_{ms}| < 1} \right) = \frac{T_{ms} \cdot I}{2(1-\rho R_{ms})} \\ E_{nuage} = \rho E_{sol} \end{cases}$$

Ce modèle permet de valider les inter-réflexions sol-nuage sans atmosphère dans le cas idéal diffus pour notre simulateur. Les résultats numériques obtenus avec notre simulateur (cf. section A.1, page 57) montrent bien que les inter-réflexions sol-nuage convergent vers les bonnes valeurs d'irradiance pour des albédos de 0.2, 0.5 et 0.8.

Remarques : Le détail des calculs précédents donne une idée sur la vitesse de convergence des inter-réflexions sol-nuage. Par exemple une paire $(\rho, R_{ms}) = (0.2, 0.67)$ convergera plus vite que $(0.8, 0.67)$. Pour plus de détails sur la vitesse de convergence, cf. Annexe A.1.4 page 63. Les calculs précédents nous donnent aussi une idée sur la contribution des inter-réflexions sol-nuage dans l'irradiance d'un point du sol, par rapport à éclairage direct de la source diffuse des nuages : elle est de $1 - \frac{\Delta E_{sol}^0}{E_{sol}} = \rho R_{ms}$.

Validation du calcul de l'irradiance (ΔE) prenant en compte une densité atmosphérique constante (sans dispersion) :

Pour le reste de cette section, β désignera le coefficient de dispersion au niveau de la mer, qui dépend de la longueur d'onde (rouge, vert et bleu dans notre cas). Nous prendrons $(\beta_R, \beta_V, \beta_B) = (5.8, 13.5, 33.1) \cdot 10^{-3} km^{-1}$ comme dans [Riley et al. (2004)]. La densité de l'atmosphère sera constante. De plus les résultats suivants pourront être utilisés pour certains modèles d'aérosols à densité constante et donc ne sont pas limités à la validation de notre simulateur.

On suppose une source diffuse uniforme au-dessous des nuages L_{SDN} . Le calcul de l'irradiance E_{sol} dans le cas où le sol est plat et horizontal ne dépend pas de la position d'intégration (H est la distance entre le sol et la couche nuageuse, cf. image 4.2) :

$$E_{sol} = E[L_{SDN}] = \int_{2\pi} L_{SDN} e^{-\beta \frac{H}{N \cdot \omega}} N \cdot \omega d\Omega \quad (4.5)$$

$$E_{sol} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} L_{SDN} e^{-\beta \frac{H}{\cos\theta}} \sin\theta \cos\theta d\theta d\phi = 2\pi L_{SDN} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\beta \frac{H}{\cos\theta}} \sin\theta \cos\theta d\theta \quad (4.6)$$

Par un changement de variable $u = \cos\theta$ ($du = -\sin\theta d\theta$) :

$$E_{sol} = 2\pi L_{SDN} \int_0^1 e^{-\beta \frac{H}{u}} u du \quad (4.7)$$

Or on a $\int e^{-\frac{a}{x}} x dx = \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{a}{x}} x(x-a) - a^2 E_i\left(-\frac{a}{x}\right) \right]$ avec $E_i(x) = \int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$ (exponentielle intégrale). Finalement l'irradiance au sol avec l'atténuation due à une atmosphère de densité constante est :

$$E_{sol} = \pi L_{SDN} \left[e^{-\beta H} (1 - \beta H) - (\beta H)^2 E_i(-\beta H) \right] \quad (4.8)$$

De même si le sol est plat et horizontal (dans le cas d'une couche nuageuse infinie), il émet une source diffuse constante L_{SDS} que va recevoir le dessous des nuages. Dans ce cas la formule $E_{nuage} = E[L_{SDS}]$ se déduit de l'équation ci-dessus en remplaçant L_{SDN} par L_{SDS} .

Ce modèle mathématique permet de valider pas à pas les inter-réflexions sol-nuage dans le cas idéal diffus lorsqu'il n'y a pas de dispersion atmosphérique et lorsque la transparence due à l'atmosphère est constante :

$$\begin{cases} \Delta E_{sol}^0 = \frac{T_{ms} \cdot I}{2} \left[e^{-\beta H} (1 - \beta H) - (\beta H)^2 E_i(-\beta H) \right] \\ \Delta E_{sol}^n = R_{ms} \Delta E_{nuage}^{n-1} \left[e^{-\beta H} (1 - \beta H) - (\beta H)^2 E_i(-\beta H) \right] \\ \Delta E_{nuage}^n = \rho \Delta E_{sol}^{n-1} \left[e^{-\beta H} (1 - \beta H) - (\beta H)^2 E_i(-\beta H) \right] \end{cases}$$

Regardons les résultats numériques obtenus pour un sol plat (symétrique dans toutes les directions) et horizontal d'albédo 0.2 pour un $\theta_s = 45$ degrés :

N° iter	$\frac{\rho}{\pi} \Delta E_{sol}^{mesure}$	$\frac{\rho}{\pi} \Delta E_{sol}^{theorique}$
0	(7.466,4.183,1.435).10 ⁻³	(7.352,4.044,1.372).10 ⁻³
1	(0.0,0.0,0.0)	(0.0,0.0,0.0)
2	(8.914,4.711,1.400).10 ⁻⁴	(8.919,4.713,1.400).10 ⁻⁴
3	(0.0,0.0,0.0)	(0.0,0.0,0.0)

N° iter	$\frac{R_{ms}}{\pi} \Delta E_{nuage}^{mesure}$	$\frac{R_{ms}}{\pi} \Delta E_{nuage}^{theorique}$
0	(0.0,0.0,0.0)	(0.0,0.0,0.0)
1	(4.562,2.482,0.7925).10 ⁻³	(4.564,2.483,0.7923).10 ⁻³
2	(0.0,0.0,0.0)	(0.0,0.0,0.0)
3	(5.447,2.796,0.7734).10 ⁻⁴	(5.449,2.797,0.7731).10 ⁻⁴

Les résultats théoriques sont très proches des résultats simulés pour les inter-réflexions sol-nuage avec une atmosphère à densité constante sans dispersion. En effet les erreurs relatives maximales mesurées pour les itérations présentées sont inférieures à (1.6, 3.5, 4.6)% pour le rouge, le vert et le bleu. Les 2 principales sources d'erreur sont la précision des intégrations sur les hémisphères (ici 64 secteurs en θ et en ϕ) et la précision numérique. Les résultats pour les albédos 0.5 et 0.8 sont similaires. Ainsi

la prise la compte de la transparence atmosphérique dans les inter-réflexions sol-nuage est correcte au sein de notre simulateur.

Validation du calcul de la dispersion (ΔJ) prenant en compte une densité atmosphérique constante et une fonction de phase isotrope ($\frac{1}{4\pi}$) :

Dans le cas idéal diffus, 2 sources diffuses sont à prendre en compte : L_{SDN} et L_{SDS} . ΔJ ne dépend que de l'altitude h ($0 < h < H$) à laquelle on intègre sur la sphère unité pour le cas idéal diffus. En séparant le calcul sur 2 hémisphères (une qui voit le dessous des nuages et l'autre qui voit le sol) et d'après l'équation 2.13, nous avons :

$$\Delta J_{sol}(h) = J[L_{SDS}](h) = \frac{\beta}{4\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} L_{SDS} e^{-\beta \frac{h}{\cos\theta}} \sin\theta d\phi d\theta = L_{SDS} \frac{\beta}{2} \int_0^1 e^{-\beta \frac{h}{u}} du \quad (4.9)$$

De même $\Delta J_{nuage}(h) = J[L_{SDN}](H-h)$. Nous avons $\int e^{-\frac{a}{x}} dx = xe^{-\frac{a}{x}} + aE_i(-\frac{a}{x})$. Ce qui nous donne finalement :

$$\begin{cases} \Delta J_{sol}(h) = L_{SDS} \frac{\beta}{2} [e^{-\beta h} + \beta h E_i(-\beta h)] \\ \Delta J_{nuage}(h) = L_{SDN} \frac{\beta}{2} [e^{-\beta(H-h)} + \beta(H-h) E_i(-\beta(H-h))] \\ \Delta J(h) = \Delta J_{sol}(h) + \Delta J_{nuage}(h) \end{cases}$$

Nous avons fait plusieurs tests pour différentes hauteurs h et les résultats numériques sont bons (moins de (0.8,3.1,4.2)% d'erreur relative maximale pour les 3 composantes rouge, vert, bleu). Par exemple à l'itération 0 pour $h=62.5$ m, nous obtenons $\Delta J^{mesure} = (1.038, 1.324, 1.060) \cdot 10^{-4}$ et $\Delta J^{theorique} = (1.030, 1.285, 1.024) \cdot 10^{-4}$. Pour l'itération 0, il n'y a que la source diffuse du dessous des nuages à prendre en compte, mais à partir de l'itération 1 la dispersion ΔS est à prendre en compte en plus de la source diffuse $T^{\frac{reflectance}{\pi}} \Delta E$.

Validation du calcul de la dispersion (ΔS) prenant en compte une densité atmosphérique constante et une fonction de phase isotrope ($\frac{1}{4\pi}$) :

D'après l'équation 2.14, la radiance $\Delta S(h, \theta)$ arrivant dans la direction $-v_\theta$ (θ étant l'angle zénithal) vers un point situé à l'altitude h nous est donnée par :

$$\Delta S(h, \theta) = \begin{cases} \int_0^{\frac{H-h}{\cos\theta}} e^{-\beta l} \Delta J(h + l \cos\theta) dl & \text{si } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ \int_0^{\frac{h}{\cos(\pi-\theta)}} e^{-\beta l} \Delta J(h + l \cos\theta) dl & \text{si } \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases}$$

Pour un rayon horizontal, nous avons :

$$\Delta S(h) = \int_0^{+\infty} e^{-\beta l} \Delta J(h) dl = \Delta J(h) \int_0^{+\infty} e^{-\beta l} dl = \frac{\Delta J(h)}{\beta} \quad (4.10)$$

Ainsi pour un rayon horizontal, la dispersion entrante tend vers un plan asymptotique horizontal $h = \frac{\Delta J(h)}{\beta}$ avec la distance entre le point observé et l'observateur. Puisque le calcul de ΔJ est correcte, celui de ΔS l'est forcément pour un rayon horizontal vu la simplicité de son expression. En reprenant les valeurs mesurées pour le cas idéal diffus pour la première itération, la formule précédente dit que la dispersion entrante tend vers $J^{theorique} * (\frac{1}{\beta_R}, \frac{1}{\beta_V}, \frac{1}{\beta_B}) = (1.030, 1.285, 1.024) \cdot 10^{-4} * (\frac{1}{\beta_R}, \frac{1}{\beta_V}, \frac{1}{\beta_B}) \approx (17.76, 9.519, 3.094) \cdot 10^{-3}$. C'est ce que nous observons (cf. figure 4.3). Les asymptotes mesurées sont $(17.47, 9.825, 3.215) \cdot 10^{-3}$.

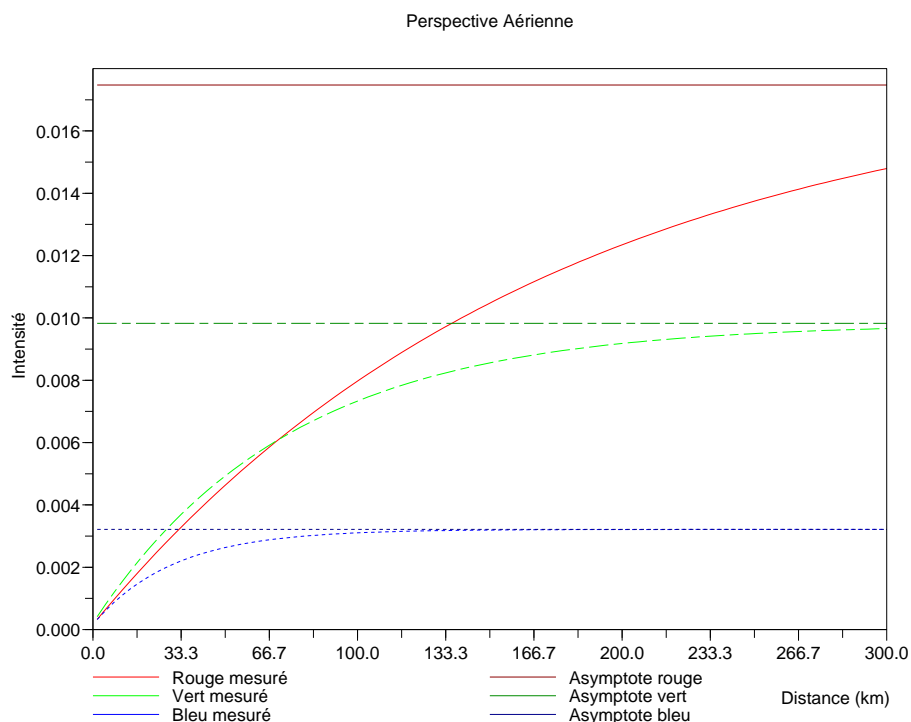


FIG. 4.3: Illustration de la dispersion entrante pour un rayon horizontal dans le cas idéal diffus avec une fonction de phase isotrope et une densité atmosphérique constante. Du bas vers le haut se suivent le bleu, le vert et le rouge.

La convergence vers l'asymptote est assez lente et donc le cadre de la Terre plate (mois de 50 km) est dépassé avant la convergence totale des 3 composantes rouge, vert et bleu.

Remarques : Nous avons testé et validé les différents modèles mathématiques présentés avec différents angles zénithaux θ_s pour le soleil. Nous avons aussi validé ΔS pour des rayons non-horizontaux par intégration numérique directe de $\Delta J(h)$ le long du rayon choisi.

4.5.3 Validations par des modèles mathématiques existants

Validation de la dispersion simple (perspective aérienne) avec le modèle de Riley2004

Voici les tracés de la dispersion simple (perspective aérienne) obtenus pour un rayon horizontal situé à 50 m d'un sol horizontal plat infini avec un ciel clair pour notre simulateur et pour le modèle de [Riley et al. (2004)].

Comme vous pouvez le constater les courbes mesurées et celles du modèle de [Riley et al. (2004)] sont quasi identiques. Notre simulateur utilise le modèle de [Riley et al. (2004)] au-delà de 2 km d'altitude, donc cette validation montre que le calcul de la dispersion simple est correcte dans la zone de simulation.

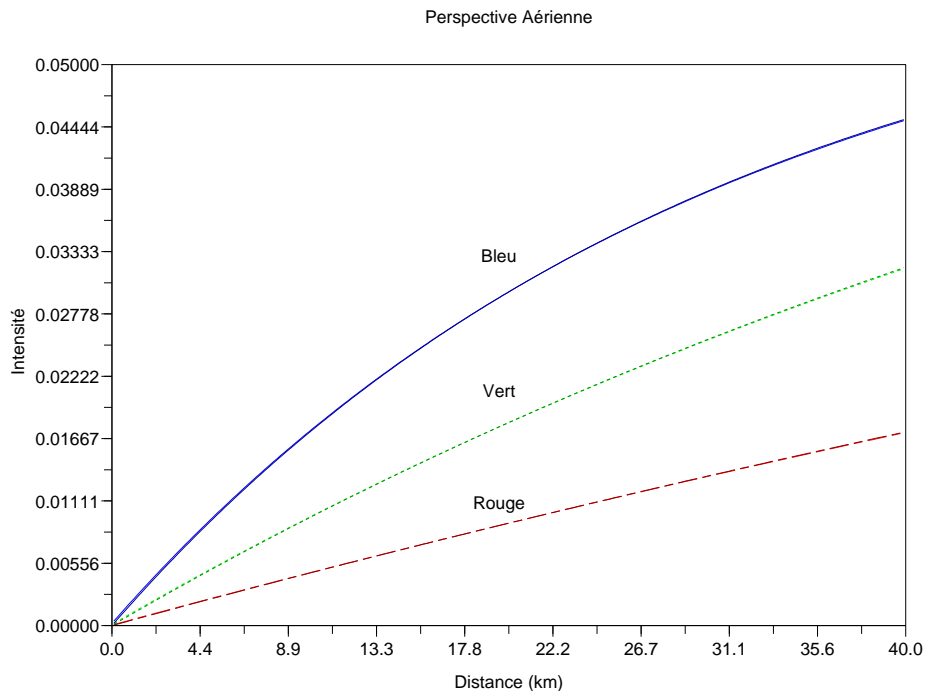


FIG. 4.4: Dispersion simple entrante le long d'un rayon horizontal (perspective aérienne). Les courbes du rouge, vert et bleu (claires) simulées avec notre simulateur se superposent avec celles de [Riley et al. (2004)] (foncées).

Validation de la contribution du ciel par rapport à l'éclairage direct du soleil

La contribution du ciel pour l'éclairage du sol (irradiance totale) par rapport à celle du soleil que nous obtenons est de 5% pour un soleil proche de la position zénithale pour la dispersion simple et de 8% pour la dispersion multiple (cas du ciel clair, cf. figure 4.5). [Riley et al. (2004) et Bruneton and Neyret (2008)] obtiennent les mêmes résultats pour la dispersion simple et [Bruneton and Neyret (2008)] obtient les mêmes résultats pour la dispersion multiple. Sur la figure 4.5, nous avons utilisé le *modèle standard du ciel clair du CIE* (Commission Internationale de l'Eclairage, [Darula and Kittler (2002)]) avec un flou atmosphérique (*turbidity*) de 1 et 1.5 qui correspondent à des ciels clairs purs avec une dispersion multiple (sans aérosol). Puisque le comportement de notre modèle est proche de celui du modèle du CIE du ciel clair pur, nous pouvons en conclure que notre simulateur simule correctement la dispersion atmosphérique (simple et multiple). Par contre, une autre référence [Loe and Tregenza (1998)] mentionne une contribution du ciel allant de 25 à 30% pour un soleil proche de la position zénithale. Cela semble plus correcte au vu de notre expérience personnelle. La différence entre nos simulations et la vérité terrain reste à expliquer. Néanmoins la raison semble assez directe : notre modèle d'atmosphère pure ne prend pas en compte la multitude d'aérosols, de particules et la vapeur d'eau présents dans l'atmosphère terrestre qui participent à la dispersion de la lumière du soleil et donc augmentent la contribution de la diffusion atmosphérique.

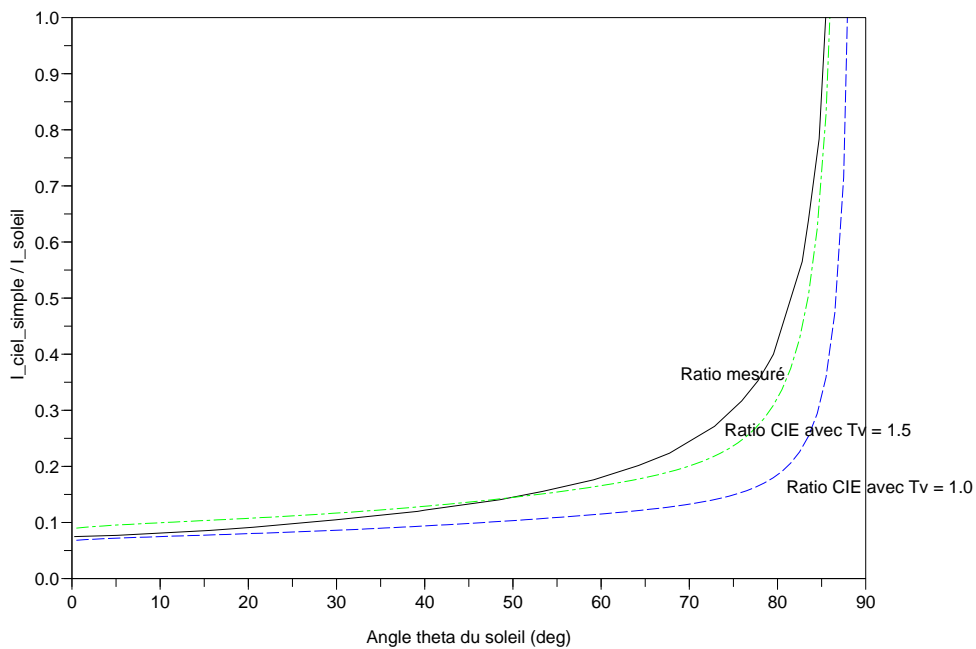


FIG. 4.5: Éclairage d'un point du sol : Contribution de la dispersion multiple du soleil par rapport à celle de l'éclairage direct du soleil et 2 instances du modèle standard du ciel clair du CIE prenant en compte la dispersion multiple.

Le prochain chapitre présente les expériences réalisées avec le simulateur, les études des terrains clefs ainsi que celles sur la pente et les zones d'ombre.

Chapitre 5

Expérimentations avec le simulateur

Les expérimentations menées tout au long de ce chapitre ont pour objectifs l'évaluation de l'importance des effets non précédemment pris en compte (fin du chapitre 3).

Avant de commencer, il est préférable de comprendre d'abord quels sont les facteurs importants qui interviennent dans les échanges énergétiques. Le premier est l'angle solide, qui est fonction de l'aire projetée du morceau de terrain vu. L'angle solide dépend de la pente des 2 "morceaux" de géométrie ainsi que de l'inverse du carré de la distance radiale qui les sépare. Ensuite la géométrie du sol peut occulter certains points du sol, et déterminer les zones d'ombres (intéressant par exemple si nous voulons étudier l'influence des inter-réflexions dans les zones d'ombres).

5.1 Etude de cas

Cette étude de cas prend en compte les situations les plus communes qui sont susceptibles de se produire dans un algorithme d'illumination globale de scènes extérieures. La convergence d'une simulation dépend de l'angle zénithal θ_s puisque la position du soleil va définir la quantité d'énergie reçue par le sol illuminé par le soleil. Néanmoins, nous ne l'étudierons pas en détail ici et prendrons $\theta_s = 45$ degrés car les facteurs qui nous intéressent ici sont l'angle solide et les réflectances (sol et dessous des nuages). De plus des tests (cf. Annexe A.1, page 57) nous ont montré que la convergence des inter-réflexions sol- nuage n'est pas plus lente avec un $\theta_s = 0$ degré qu'un $\theta_s = 45$ degrés. Ensuite $\theta_s = 45$ degrés permet d'éclairer directement avec le soleil un sol vertical avec la même importance qu'un sol horizontal, ce qui contribuera à donner plus d'importance aux inter-réflexions sol-sol.

Dans ce qui suit, les graphiques représentant l'irradiance accumulée par le sol ou le dessous des nuages seront paramétrés comme ceci : l'irradiance mesurée pour le couple (abscisse, hauteur) sera affichée seulement en fonction de l'abscisse (pas de l'abscisse curviligne). Cela a l'avantage de pouvoir localiser les variations d'irradiance intéressantes directement sur la description 2D du terrain. Par contre pour chaque "morceau" vertical de terrain, plusieurs valeurs seront associées à une même abscisse. Cela est gênant pour visualiser les variations le long des pentes verticales.

Pour la représentation de la perspective aérienne, nous préférons la mesurer pour un rayon horizontal sur 40 km (cadre du modèle de Terre plate). Nous faisons ce choix car la zone simulée a une altitude maximale relativement faible (2.0km) et nous voulons obtenir le maximum d'information sur les variations de la perspective aérienne avec la distance.

- ρ désignera l'albédo du sol (constant sur l'ensemble du terrain pour nos études).
- R_{ms} désignera la réflectance du dessous des nuages (constant pour l'ensemble des nuages).
- T_{ms} désignera la transmittance diffuse des nuages (constant pour l'ensemble des nuages).

Remarque : Nous n'avons pas trouvé de valeur de référence sur les erreurs de luminance acceptables, c'est pour cela que dans notre démarche nous supposons qu'une erreur de luminance acceptable signifie proche de 5% ($\leq 6.5\%$ au maximum).

5.1.1 Sol plat horizontal

Inter-réflexions sol-nuage

Nous avons étudié les inter-réflexions sol-nuage avec le sol plat horizontal et une couche nuageuse complète sans (cf. Annexe A.1, page 57) et avec (cf. Annexe A.3.1, page 66) une atmosphère sèche. Les conclusions sont les suivantes :

- La convergence des inter-réflexions sol-nuage dépend du produit ρR_{ms} . Avec le $R_{ms} = 0.6254$ utilisé dans les simulations, pour obtenir une convergence acceptable des inter-réflexions sol-nuage, il faut 4, 6 et 10 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8.
- La contribution des inter-réflexions sol-nuage dans l'irradiance totale accumulée sur le sol par rapport à l'éclairage direct de la source diffuse des nuages, est proportionnelle au produit ρR_{ms} .
- L'influence de l'atmosphère sèche sur les inter-réflexions sol-nuage est négligeable et donc le calcul des inter-réflexions sol-nuage peut se faire par exemple par radiosité.

Influence de l'altitude du sol

L'altitude du sol en présence d'une atmosphère sèche joue un rôle puisque plus un sol a une altitude élevée h (entre 0 et 2 km), moins la transparence de l'atmosphère interviendra dans l'illumination directe et les inter-réflexions sol-nuage. La question est de savoir si la variation de l'altitude d'un sol plat peut être négligée ou pas.

Voici les résultats obtenus pour la comparaison de 2 sol horizontaux plats, un à une altitude 0 km et l'autre à une altitude 1 km :

- Dans le cas d'un sol plat horizontal éclairé directement par le ciel et le soleil (pas de nuage), nous avons trouvé une erreur relative de luminance inférieure à 1% (comme attendu l'irradiance reçue est plus importante pour un sol situé à 1 km). Nous pouvons conclure que la variation de l'irradiance accumulée pour un sol plat horizontal avec un ciel clair en fonction de l'altitude du sol (entre 0 et 2 km), est négligeable.
- Dans le cas d'un sol plat horizontal couvert par une couche nuageuse complète, nous avons trouvé que l'irradiance reçue par le dessous des nuages et le sol est plus importante dans le cas du sol à l'altitude 0 km (erreur relative en radiance de (3.1,6.6,15.0)% pour le rouge, vert et bleu du dessous des nuages et de (2.2,4.3,8.8)% pour le sol ; erreur relative en luminance de 6% pour le dessous des nuages et de 4% pour le sol). Cette erreur est perceptuellement négligeable. Elle s'explique principalement par l'imprécision numérique lors de l'intégration (32 secteurs en présence d'atmosphère) et par la dispersion atmosphérique plus importante pour l'altitude 0 km. Dans le cas d'une atmosphère sèche, l'influence de l'altitude du sol est négligeable dans les inter-réflexions sol-nuage.

- La perspective aérienne est influencée par l'altitude du sol, puisque plus l'altitude est élevée, moins la densité atmosphérique est importante et donc moins de dispersion entrante est reçue.

Influence de l'altitude des nuages

Nous avons fait des simulations avec des nuages à une altitude 5 km, en prenant soin de simuler la dispersion atmosphérique jusqu'à cette altitude. Nous avons trouvé des erreurs relatives très proches de celles trouvées pour l'étude de l'influence de l'altitude du sol avec des nuages (erreur relative de luminance de 6% pour le dessous des nuages et de 4% pour le sol). Cela signifie que ces erreurs sont plutôt des erreurs d'intégration numérique. Ainsi dans le cas d'une atmosphère sèche, l'influence de l'altitude des nuages (entre 2 et 5 km) est négligeable pour les inter-réflexions sol-nuage. Cela justifie le fait de fixer l'altitude des nuages à 2 km dans le rapport.

Influence du sol dans la perspective aérienne

Lors de nos expérimentations, nous avons remarqué que le sol influence la perspective aérienne perçue.

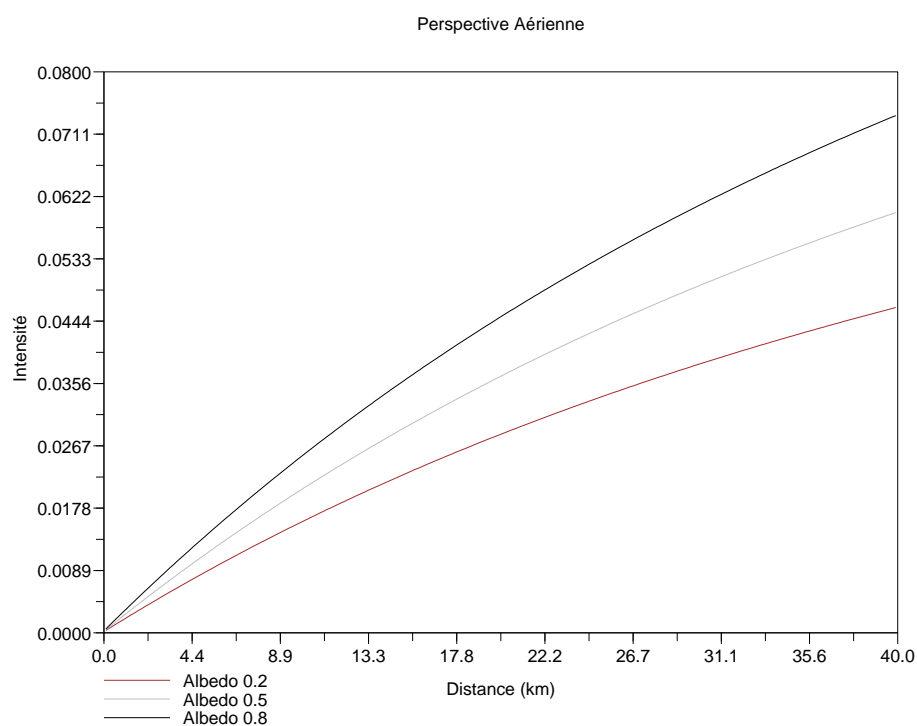


FIG. 5.1: Sol plat horizontal avec un ciel clair : dispersion entrante totale (perspective aérienne) mesurée pour un rayon horizontal à 50 m du sol en intensité pour 3 albédos différents (0.2, 0.5 et 0.8).

La figure 5.1 montre que l'albédo du sol influence la dispersion entrante reçue et donc influence la perspective aérienne. En effet, plus la réflectance du sol est grande, plus la dispersion entrante est

importante.

Il est important de signaler ici, que les courbes de la figure 5.1 ont été tracées après convergence de la simulation, i.e. elles prennent en compte la dispersion multiple (*multiple scattering*). Ainsi elles nous donnent une idée de l'erreur commise par le modèle de [Riley et al. (2004)] (dispersion simple sans prise en compte du sol) pour l'influence du sol avec dispersion multiple (e.g. plus de 50% d'erreur sur la composante bleu peut être constaté entre [Riley et al. (2004)] et nos mesures pour $\rho=0.8$). En fait c'est la dispersion multiple qui donne de l'importance à l'albédo du sol. Pour un ciel clair, nous avons trouvé une approximation de la perspective aérienne (cf. Annexe A.4, page 68) tenant compte de l'influence du sol : $Riley_{2004}(1 + \rho + \rho^2)$ pour un rayon horizontal de longueur minimale 5 km et sinon $Riley_{2004}(1 + \rho)$. Cette approximation est meilleure pour le rouge (erreur de radiance de 5.3%) et le vert (erreur de radiance de 11.3%) et moins pour le bleu (erreur de radiance de 22.3%). Elle est intéressante dans le sens où elle nous dit que la réflectance du sol sous le rayon de vue influence la perception des objets éloignés observés. En utilisant cette approximation pour une atmosphère sèche, environ 10% d'erreur de luminance est commise.

Influence des nuages dans la perspective aérienne

Lors de nos expérimentations, nous avons remarqué que les nuages influencent la perspective aérienne perçue.

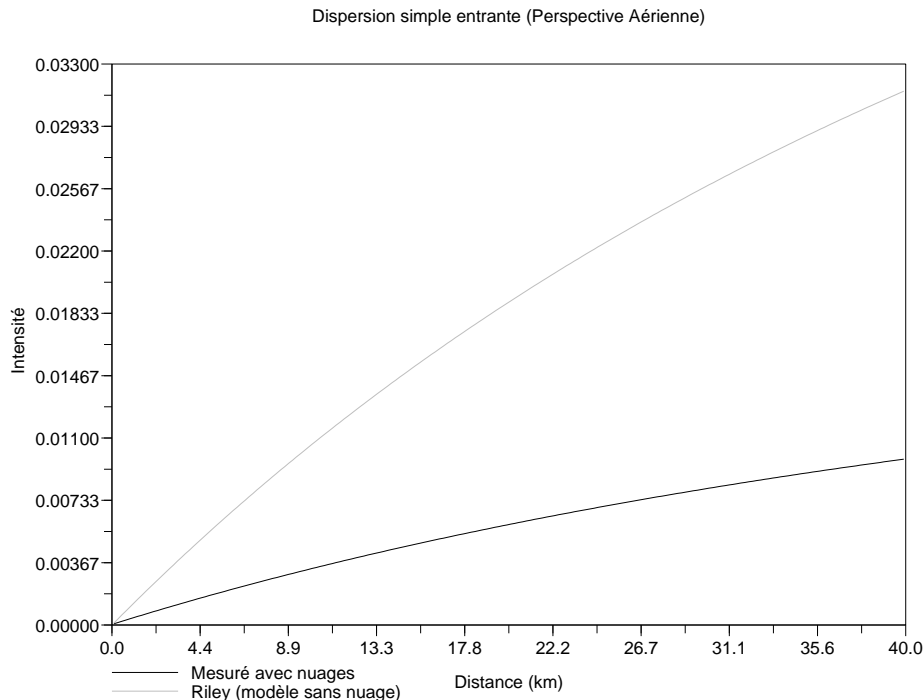


FIG. 5.2: Sol plat horizontal avec un ciel couvert : dispersion entrante simple (perspective aérienne) mesurée pour un rayon horizontal à 50 m du sol en intensité (indépendant de l'albédo).

Une grosse partie de l'éclairage direct du soleil et du ciel (la dispersion simple du soleil) ne traverse pas la couche nuageuse, ce qui s'observe bien sur la figure 5.2 par rapport à la dispersion simple sans nuage. Ainsi la couche nuageuse diminue la dispersion entrante le long du rayon de vue vers l'observateur et donc diminue le bleuissement des objets distants.

De même que l'albédo du sol modifie la perspective aérienne perçue, la réflectance du dessous des nuages modifie la perspective aérienne, puisqu'elle reflète une partie de la radiance reçue. Elle semble tout de même avoir une importance moindre que celle de l'albédo du sol. Cela s'explique par le fait que la radiance réfléchie par le dessous des nuages est généralement moins intense que celle réfléchie par le sol, puisqu'elle a perdu de son intensité par la réflexion sur le sol précédant la réflexion sur le dessous des nuages.

Couverture nuageuse à droite

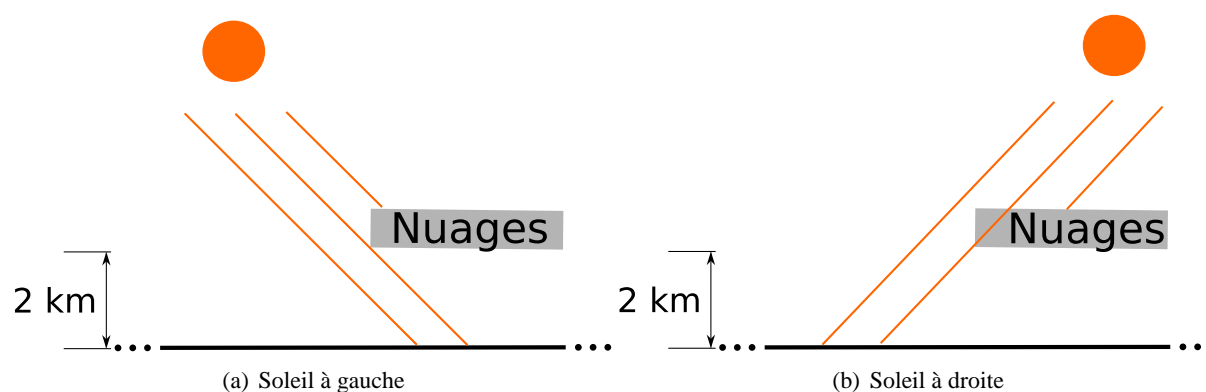


FIG. 5.3: Description 2D du sol plat horizontal avec les nuages à droite pour $\theta_s=45$ degrés. Soleil à gauche signifie $\phi_s=180$ degrés et soleil à droite signifie $\phi_s=0$ degré.

Les conclusions des simulations (cf. figure 5.4) sont les suivantes :

- L'irradiance accumulée par le terrain détermine l'irradiance accumulée par le dessous des nuages (les variations d'irradiance sont plus lisses pour le dessous des nuages). En particulier les écarts visuels d'irradiance mesurés sur le sol situé sous les nuages se retrouvent sur le dessous des nuages juste au-dessus.
- Pour le dessous des nuages, une zone de variation de l'irradiance accumulée est située depuis le début de la couche nuageuse jusqu'à environ 6.5 km où l'on observe une stabilisation des variations. En particulier pour le graphique (c), on observe un écart maximal d'environ 5% entre le rouge et le vert et d'environ 20% entre le rouge et le bleu. La zone de variation est dépendante de la position du soleil, puisque cette dernière va influencer la partie du sol directement éclairée par le soleil.
- Au-delà de 6.5 km l'irradiance du dessous des nuages tend vers des tons de gris, comme celle du sol d'albédo élevé 0.8 situé juste en-dessous. Les couches nuageuses étendues ont donc tendance à se griser et à griser la couleur du sol lorsqu'il y a beaucoup d'inter-réflexions sol-nuages.
- Le graphique (a) montre que la zone d'ombre due au nuage est légèrement bleutée à cause du ciel.

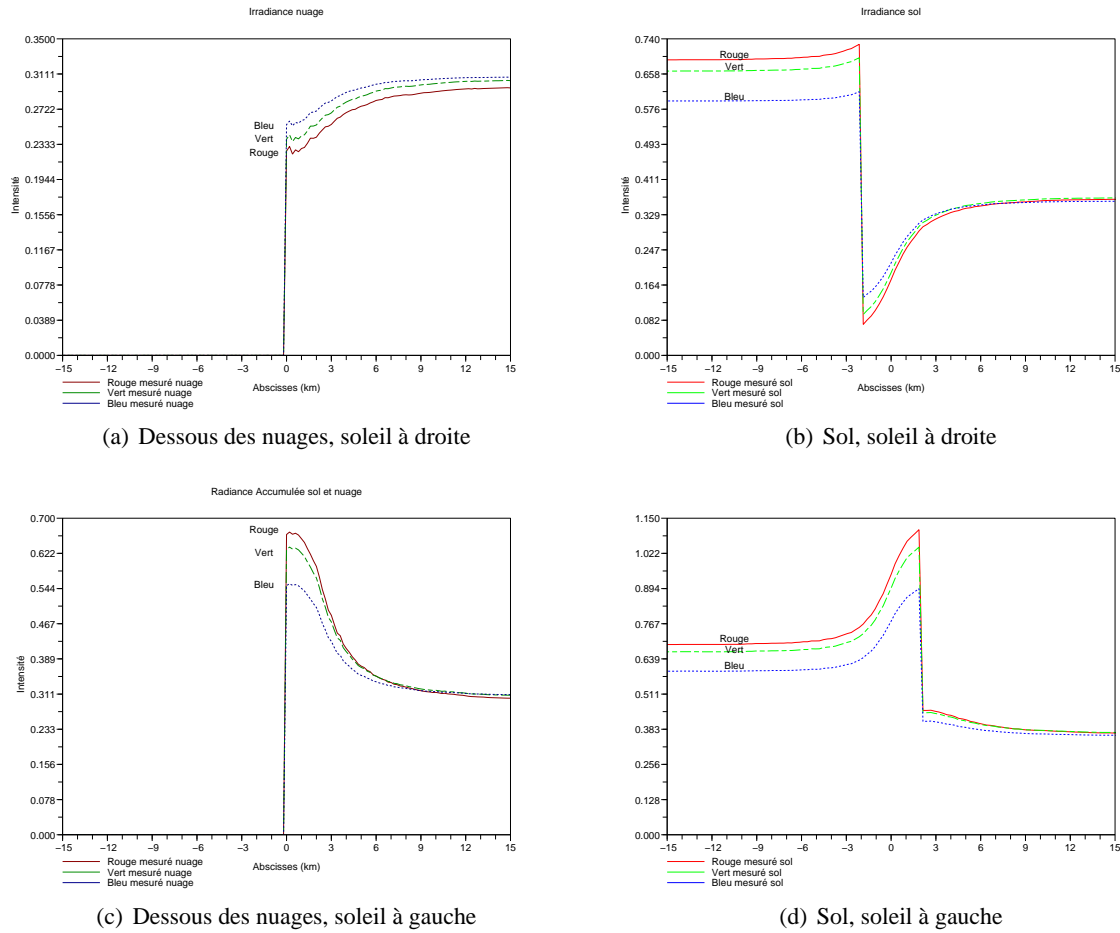


FIG. 5.4: Mesures d'irradiance pour le sol plat horizontal d'albédo 0.8 et nuages à droite pour $\theta_s=45$ degrés. Soleil à gauche signifie $\phi_s=180$ degrés et soleil à droite signifie $\phi_s=0$ degré.

Nous n'avons pas montré la perspective aérienne mesurée lorsque seulement la moitié droite du terrain est couverte par une couche nuageuse épaisse, car les courbes ne sont pas vraiment intéressantes. On observe simplement une légère diminution de la dispersion entrante mesurée lorsque le rayon passe dessous les nuages qui filtrent une partie importante de l'illumination directe du soleil et du ciel.

5.1.2 Falaise ou montagne

Ciel clair et étude des inter-réflexions sol-sol en L

La figure 5.5 montre que plus l'albédo du sol est important, plus les inter-réflexions sol-sol en L (ici sur la droite de la falaise) contribuent à l'irradiance accumulée sur le sol. Nous avons fait une étude des inter-réflexions sol-sol en L sans (cf. Annexe A.2, page 64) et avec (cf. Annexe A.3.2, page 67) atmosphère. Les conclusions sont les suivantes :

- Dans les zones directement éclairées par le soleil, il faut 1, 1 et 2 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8. La convergence des inter-réflexions sol-sol en L dépend donc de l'albédo du sol.
- Dans les zones d'ombre, il faut 2 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8. La convergence des inter-réflexions sol-sol en L dépend donc de la visibilité du soleil.
- L'influence de l'atmosphère sèche dans les inter-réflexions en L est négligeable pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 pour les zones directement éclairées par le soleil. Mais pour les zones d'ombre, l'influence de l'atmosphère n'est pas négligeable.
- L'hypothèse qu'un point du sol voit des points du sol avec approximativement la même irradiance est fautive dans le cas général (avec l'éclairage hautes fréquences du soleil) à cause des zones d'ombre et des inter-réflexions sol-sol.

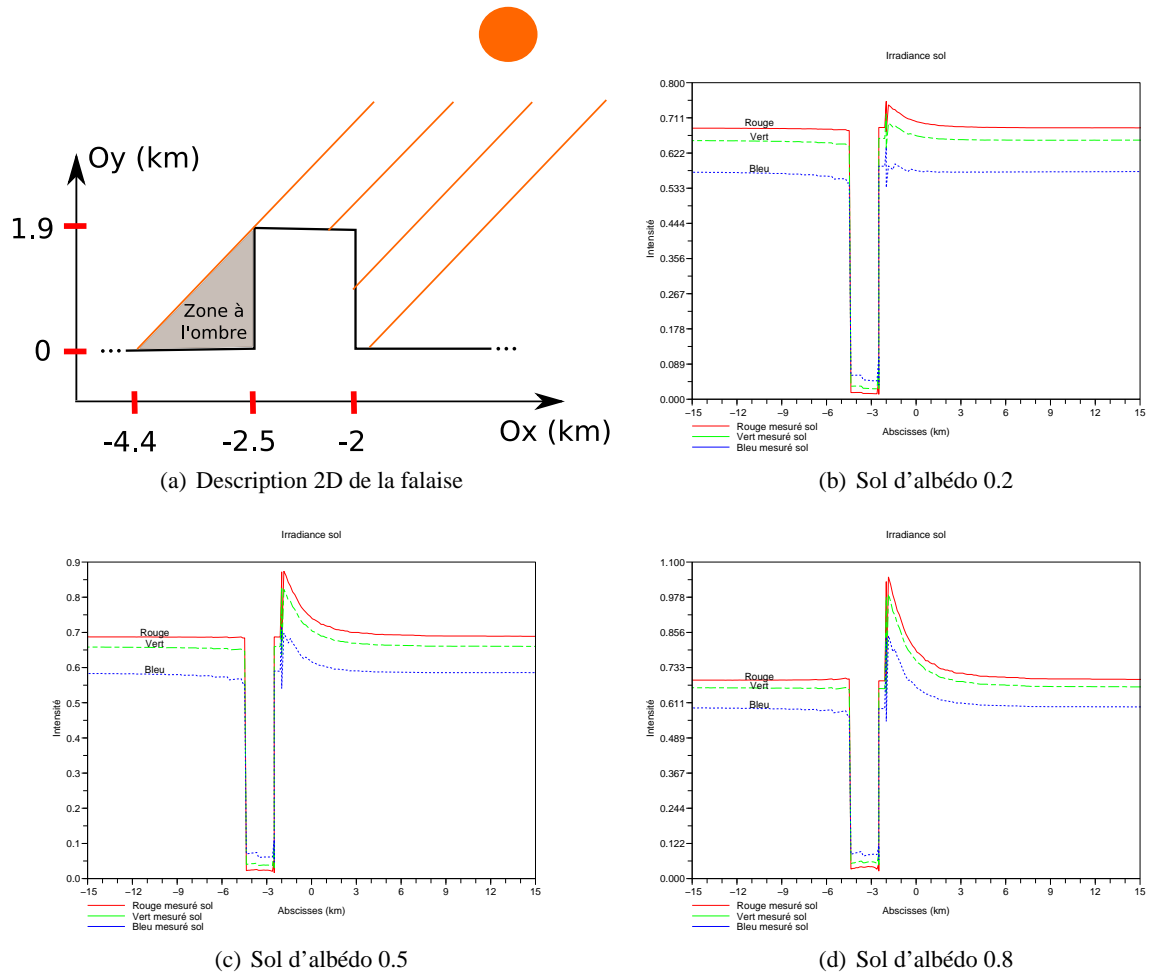


FIG. 5.5: Mesures d'irradiance pour la falaise avec un ciel clair pour $\theta_s=45$ degrés (soleil à droite).

Ciel complètement couvert

Pour les simulations de cette sous-section, confère figure 5.6.

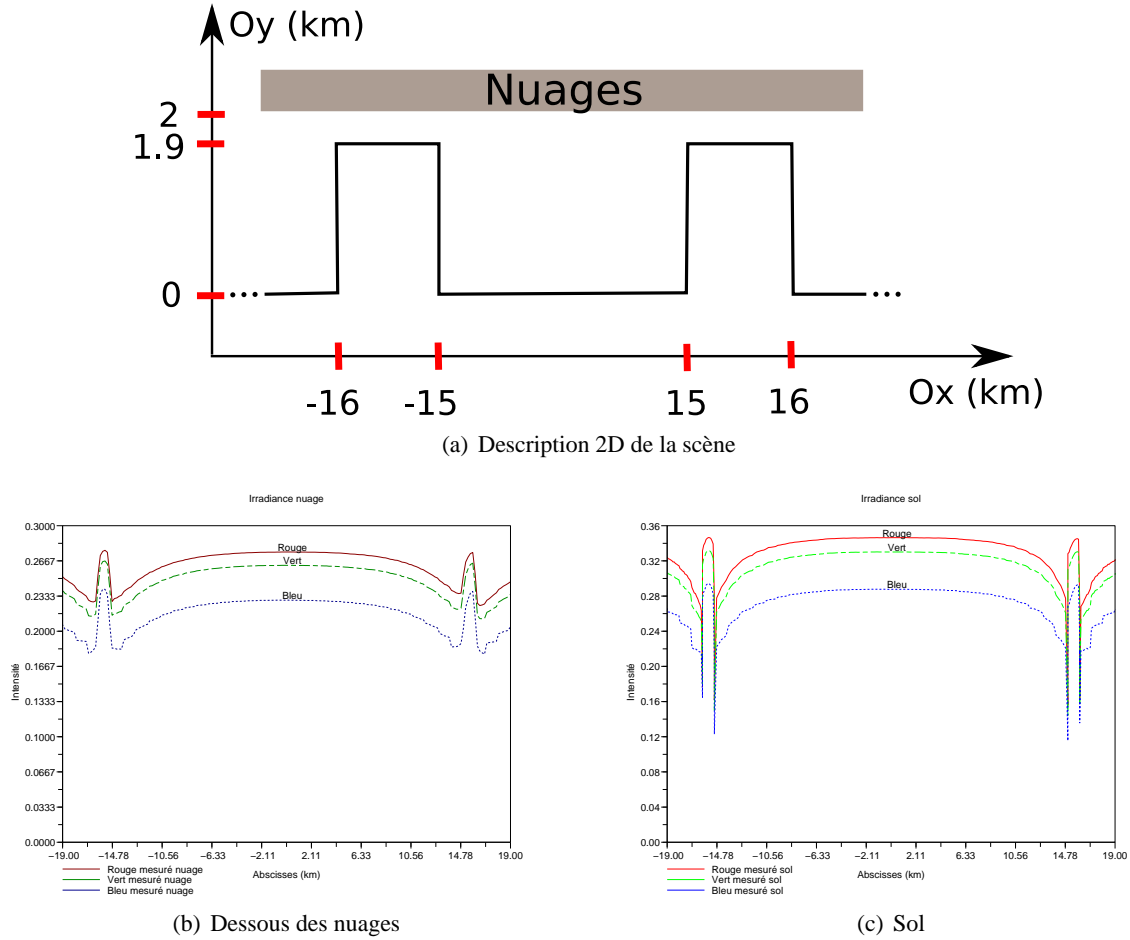


FIG. 5.6: Mesures d'irradiance pour les 2 montagnes d'albédo 0.8 avec couverture nuageuse complète pour $\theta_s=45$ degrés.

5.1.3 Canyon

Ciel clair et étude des inter-réflexions sol-sol en U

La figure 5.7 montre que plus l'albédo du sol est important, plus les inter-réflexions sol-sol en U contribuent à l'irradiance accumulée sur le sol. Nous avons fait une étude des inter-réflexions sol-sol en U sans (cf. Annexe A.2, page 64) et avec (cf. Annexe A.3.2, page 67) atmosphère. Les conclusions sont les suivantes :

- Dans les zones directement éclairées par le soleil, il faut 1, 2 et 2 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8. La convergence des inter-réflexions sol-sol en U dépend donc de l'albédo du sol.

- Dans les zones d'ombre, il faut 2, 3 et 4 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8. La convergence des inter-réflexions sol-sol en U dépend donc de la visibilité du soleil.
- L'influence de l'atmosphère sèche dans les inter-réflexions en U est négligeable pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 pour les zones directement éclairées par le soleil. Mais pour les zones d'ombre, l'influence de l'atmosphère est négligeable seulement pour les albédos 0.5 et 0.8.

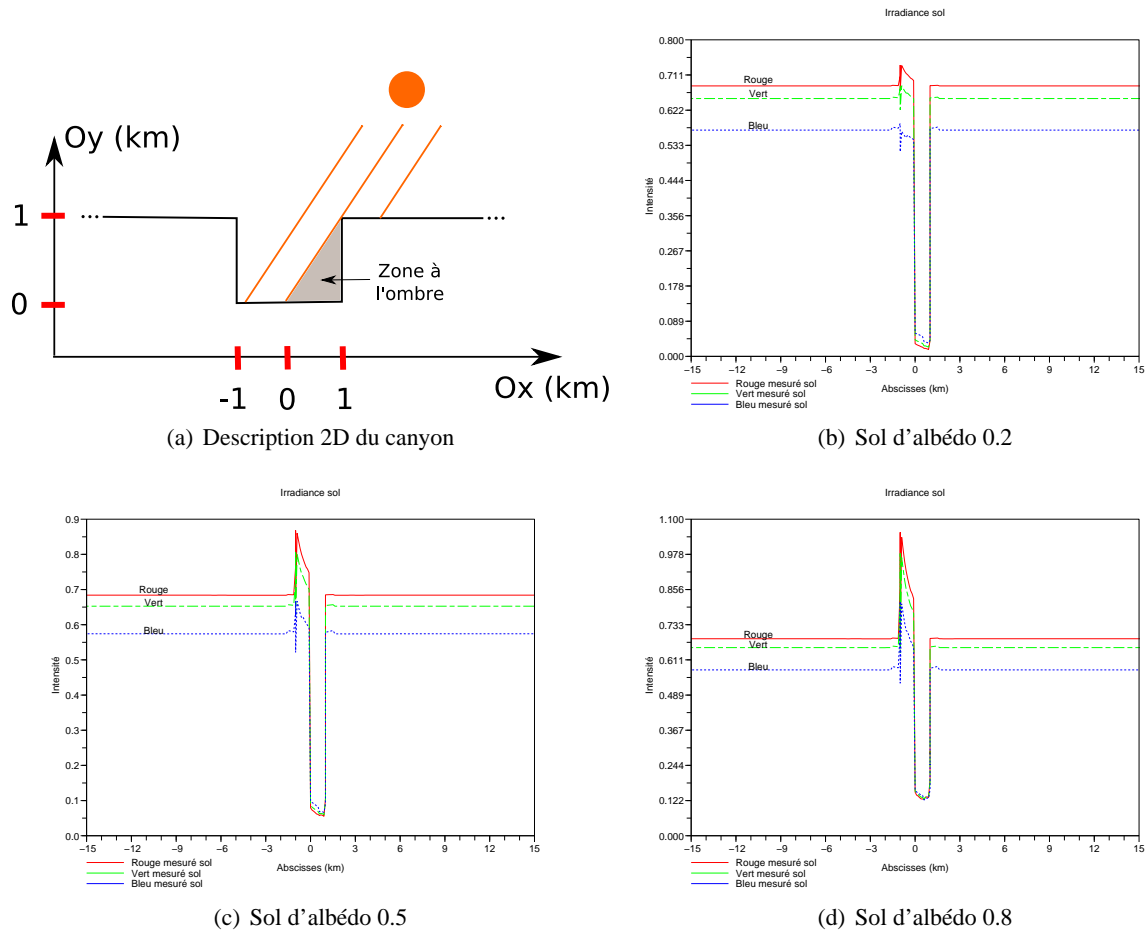


FIG. 5.7: Mesures d'irradiance pour le canyon avec un ciel clair pour $\theta_s=45$ degrés (soleil à droite).

Ciel complètement couvert

La figure 5.8 montre que l'hypothèse qu'un point du sol voit des points du sol avec approximativement la même irradiance est fautive dans le cas d'une source de lumière diffuse, car des points du canyon qui se voient mutuellement ont des irradiances très différentes (plus de 40% d'erreur de luminance).

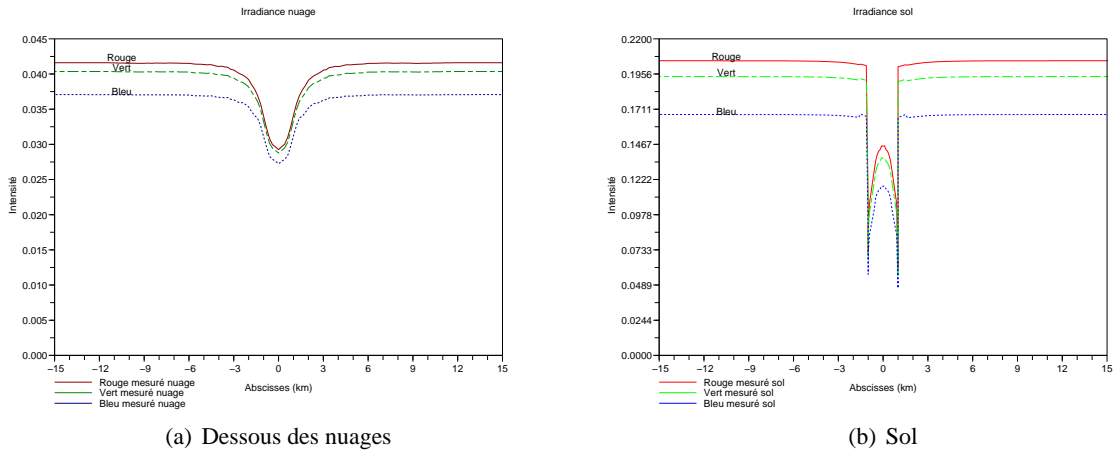


FIG. 5.8: Mesures d'irradiance pour le canyon d'albedo 0.2 avec couverture nuageuse complète pour $\theta_s=45$ degrés.

Couverture nuageuse à droite

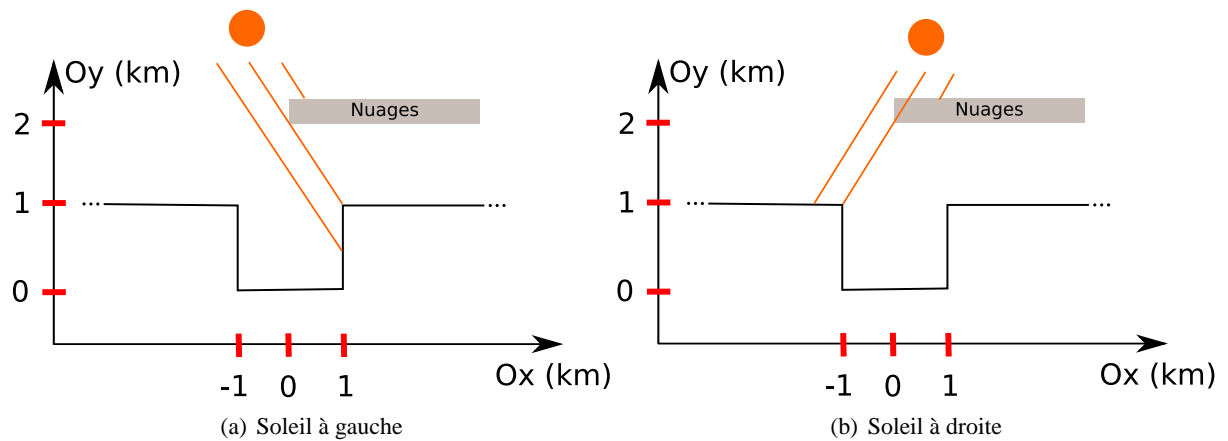


FIG. 5.9: Description 2D du canyon avec les nuages à droite pour $\theta_s=45$ degrés. Soleil à gauche signifie $\phi_s=180$ degrés et soleil à droite signifie $\phi_s=0$ degré.

Pour les simulations de cette sous-section, confère figure 5.10.

5.2 Etude de certains effets

Dans cette section, nous abordons le problème des approximations "simples" envisageables pour l'illumination globale du sol et celle du dessous des nuages. En particulier, nous sommes intéressés par approximer l'illumination d'un sol avec une pente entre 0 et 90 degrés par celle d'un sol horizontal plat, moyennant l'utilisation d'un facteur d'occultation. Cette approximation ne nous intéresse pas pour

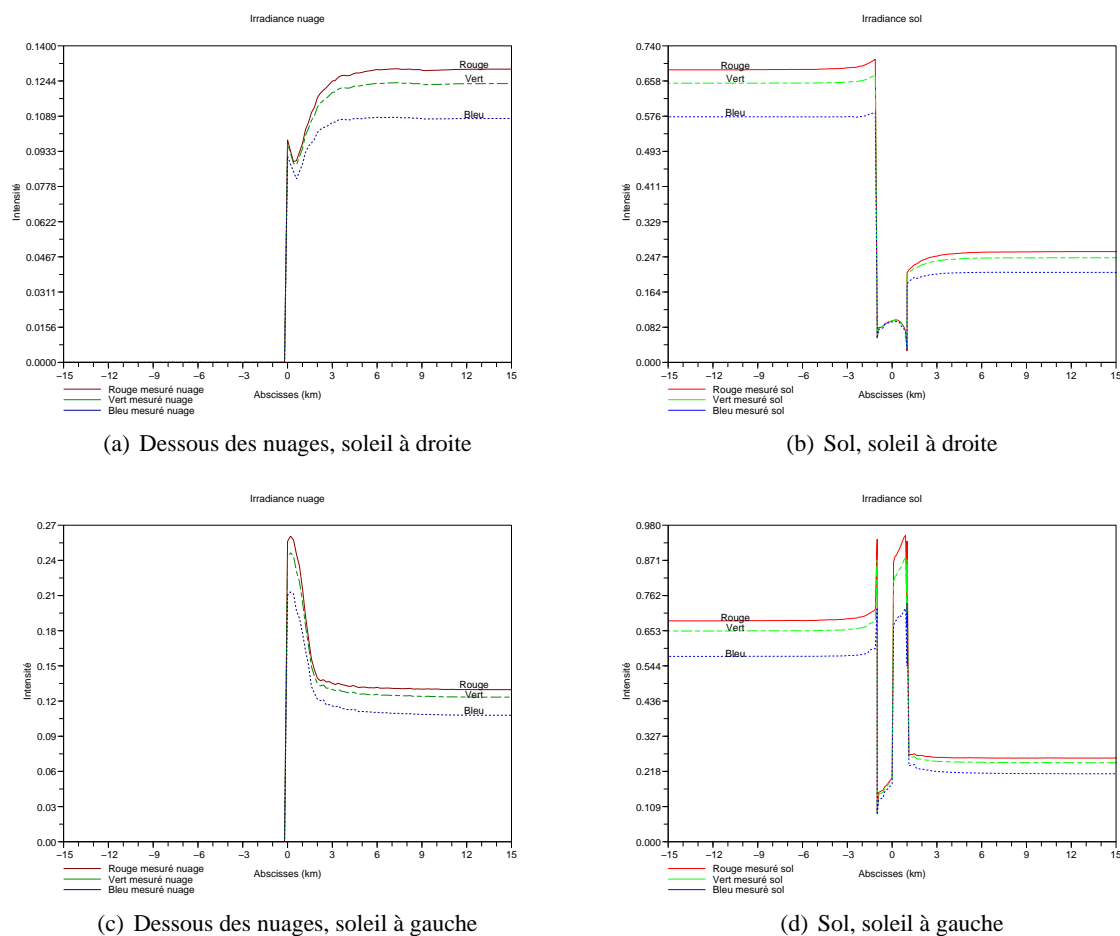


FIG. 5.10: Mesures d'irradiance pour le canyon d'albédo 0.5 et nuages à droite pour $\theta_s=45$ degrés. Soleil à gauche signifie $\phi_s=180$ degrés et soleil à droite signifie $\phi_s=0$ degré.

l'éclairage direct du soleil car ce dernier ne nécessite pas de calcul coûteux. En fait elle nous intéresse pour des sources de lumière surfaciques ou hémisphériques qui varient légèrement (plutôt basses fréquences) sur leur surface d'émission. Ainsi dans le cadre de ce projet, nous sommes intéressés par la source diffuse hémisphérique émise depuis de ciel, la source diffuse émise par le dessous des nuages par diffusion de la lumière directe du soleil et du ciel, et les sources diffuses émises par les réflecteurs idéaux diffus (sol lambertien et le dessous des nuages).

5.2.1 Rappel de l'effet d'occultation du à la pente et de l'hémisphère de visibilité

Nous avons introduit l'effet d'occultation du à la pente et l'hémisphère de visibilité dans le chapitre 3 (figure 3.1, page 26) dans le cadre d'un modèle d'illumination du sol par le ciel. Dans le cas où notre source de lumière est totalement visible par une hémisphère H_{Haute} associée à la normale u_z (la verticale) et donc à un point sur un sol horizontal, un sol de pente non-nulle introduit une occultation sur

la partie de l'hémisphère H_{Haute} qui est cachée par la pente et ne "voit" plus la source de lumière.

Cette approximation est correcte si la source hémisphérique ou surfacique est constante sur sa surface d'émission. Ainsi pour la source diffuse émise par le dessous des nuages par diffusion de la lumière directe du soleil et du ciel, il est juste d'approximer l'illumination d'un sol par ce facteur d'occultation en l'absence d'atmosphère. Ce qui nous est utile, c'est de déterminer si l'illumination du ciel (avec des variations lisses), puis celles du sol et du dessous des nuages après convergence des inter-réflexions sol-nuage, peuvent être approximés à l'aide d'un facteur d'occultation.

5.2.2 Éclairage direct du ciel et facteur d'occultation

En Annexes, section A.5.1, page 69, nous avons montré que si nous voulions une erreur totale maximale de luminance de 5% pour l'illumination du sol, sachant que l'illumination directe du soleil serait toujours correcte, il faudrait ne pas dépasser 20% d'erreur de luminance sur la contribution du ciel. Or les résultats de la section A.5.2 concernant l'approximation de la contribution du ciel (dispersion simple du soleil) par un facteur d'occultation donne une erreur maximale de luminance de 23.6%. Cela correspond à une erreur de luminance avec la prise en compte du soleil d'environ 6% pour l'illumination du sol et semble être une erreur acceptable. Il est donc possible d'approximer la contribution du ciel à l'irradiance totale d'un point sur le sol (soleil+ciel) par l'irradiance du ciel pour un sol plat horizontal multipliée par le facteur d'occultation correspondant à la pente du sol :

$$E_{sol\ pente\ \alpha}^{ciel} \approx E_{sol\ horizontal}^{ciel} \frac{1 + \cos\alpha}{2} \quad (5.1)$$

Par contre si le soleil n'est pas utilisé dans l'éclairage du terrain, le ciel seul ne peut pas être approximé par ce procédé.

Remarques : Nous avons considéré ici seulement la dispersion simple du soleil pour la source directe du ciel, car nous avons utilisé le modèle de ciel de [Riley et al. (2004)]. Ce qui nous intéresse en graphique, c'est de considérer le ciel comme une source directe hémisphérique et le modèle de [Riley et al. (2004)] est certainement un des plus précis pour un temps sec ensoleillé avec un soleil dont l'angle zénithale reste entre 0 et 70 degrés (modèle de Terre plate). L'approximation donnée ici par l'équation 5.1 fait référence à nos modèles de terrains "simples", identiques selon l'axe Oy.

5.2.3 Inter-réflexions sol-nuage et facteur d'occultation

Les études des inter-réflexions sol-nuage (cf. Annexe A.1, page 57) nous ont mené aux conclusions suivantes :

- Le facteur multiplicatif du modèle d'éclairage du sol de [Hoffman and Mitchell (2001)] avec E_{sol} = $\frac{T_{ms} \cdot I}{2(1-\rho R_{ms})}$, donne $\frac{T_{ms} \cdot I}{2(1-\rho R_{ms})} * \frac{1+\cos(\text{angle pente})}{1-\rho \left(1-\frac{1+\cos(\text{angle pente})}{2}\right)}$, et surestime l'irradiance et n'est utilisable que pour les albedos 0.2 et 0.5 (pente 45 et 90).
- Pour un sol de pente 45 degrés, une meilleure approximation est donnée par $\frac{T_{ms} \cdot I}{2(1-\rho R_{ms})} * \frac{1+\cos(\text{angle pente})}{2}$. La contribution du sol semble en effet négligeable entre 2 "morceaux" de sol voisins avec un morceau horizontal et un de pente inférieure ou égale à 45 degrés (angle supérieur à 135 degrés entre les 2 "morceaux" de sol.).

- Pour un sol d'albédo 0.8 et de pente 90 degrés, il n'est pas possible d'utiliser une des deux approximations précédentes. L'albédo 0.8 introduit des variations hautes fréquences que ces approximations ne peuvent rendre.

Ainsi, il est envisageable d'approximer l'irradiance d'un sol éclairé par la source diffuse des nuages pour la plupart des terrains (albédo ≤ 0.5), le 0.5 correspondant au sable (seul les terrains enneigés ne peuvent pas être rendus par ce procédé).

5.3 Conclusions sur les effets importants

Nous avons pu constater que l'atmosphère sèche n'influence pas suffisamment (en terme d'erreur de luminance) les inter-réflexions sol-nuage et il est donc normal de ne pas la prendre en compte dans [Bouthors et al. (2006)]. Par contre l'atmosphère sèche influence de manière non-négligeable les inter-réflexions sol-sol dans les zones d'ombre pour les inter-réflexions en L (albédos 0.2, 0.5 et 0.8) et les inter-réflexions en U (albédo 0.2). Ainsi, [Hoffman and Mitchell (2001)] propose un modèle d'éclairage du sol non-utilisable pour l'éclairage hautes fréquences avec le soleil, puisque leur modèle d'inter-réflexion sol-sol ne prend pas en compte l'atmosphère. De plus leur modèle n'est pas utilisable pour de l'éclairage diffus si des variations brusques du terrain sont constatées, car dans ce cas il est possible d'avoir des points qui se voient mutuellement et qui ont des irradiances très différentes en terme de luminance. L'hypothèse qu'un point du sol voit des points avec approximativement la même irradiance est fautive pour de l'éclairage hautes fréquences et de l'éclairage diffus. Cela est essentiellement dû aux ombres, aux inter-réflexions sol-sol et à la forme du sol.

L'albédo du sol et la réflectance du dessous des nuages, influencent la perspective aérienne perçue par un observateur en réfléchissant une partie du rayonnement reçu, en particulier avec la dispersion multiple. De même les nuages influencent la perspective aérienne en réfléchissant une partie importante de l'éclairage direct du soleil (dessus des nuages), ce qui contribue à diminuer la dispersion entrante de manière conséquente. Le modèle de [Riley et al. (2004)] doit donc être amélioré pour prendre en compte l'influence du sol et des nuages.

La contribution du ciel à l'irradiance totale (ciel+soleil) d'un point du sol peut être approximée par un facteur d'occultation. De même, dans le cas d'une couche nuageuse infinie, il est possible d'approximer l'irradiance d'un sol plat de pente non nulle par une formule analytique pour les albedos 0.2 et 0.5.

Le prochain chapitre expose le travail effectué et celui qui reste à faire.

Chapitre 6

Conclusion

Ce stage nous a permis d'étudier les transferts radiatifs dans une scène d'extérieur dans le cadre d'une atmosphère sèche sans impureté.

6.1 Travail effectué

Nous avons :

- Fait une étude bibliographique conséquente (1 mois).
- Programmé et validé un simulateur de transferts radiatifs dans une scène d'extérieur (2 mois).
- Étudié l'influence de l'atmosphère dans les inter-réflexions sol-nuage et sol-sol (2 semaines).
- Étudié l'influence du sol et des nuages dans la perspective aérienne (1 semaine).
- Testé des approximations avec un facteur d'occultation (influence de la pente) pour l'irradiance due au ciel (ciel clair) et celle du sol dans le cas d'une source diffuse émise par le dessous des nuages (couche nuageuse infinie) (1 semaine).
- Rédigé le présent rapport (2 semaines).

Nous avons par exemple compris, que pour un sol dont les "morceaux" qui le composent ont une pente inférieure à 90 degrés, les inter-réflexions sol-nuage ne nécessitent pas de prendre en compte l'atmosphère. Les inter-réflexions sol-sol nécessitent dans la plupart des cas de prendre en compte l'atmosphère dans les zones d'ombre, mais pas dans les zones directement illuminées par le soleil. Nous avons vu que la perspective aérienne perçue par un observateur proche du sol, dépend de la couche nuageuse et des réflectances du sol et du dessous des nuages. Et pour terminer, la contribution du ciel peut être approximée par un facteur d'occultation (même sans utiliser le modèle du chapitre 3) si elle est accompagnée du soleil. L'irradiance du sol pour l'éclairage diffus d'une couche nuageuse infinie, peut elle aussi être approximée mais seulement pour des albédos inférieurs ou égaux à 0.5.

6.2 Travaux restants

Les travaux restants sont :

- Étendre le calcul des inter-réflexions sol-nuage de [Bouthors et al. (2006)] à un sol quelconque (4 semaines).

- Trouver des meilleures approximations analytiques pour la dispersion entrante, prenant en compte l'influence des nuages et celle du sol (2 semaines).
- Comprendre d'où vient la différence entre les 8 et 25-30% pour le rapport ciel/soleil (cf. fin du chapitre 4).

La priorité est le premier point. Déjà, nous savons qu'il n'est pas nécessaire de prendre en compte l'atmosphère dans le calcul des inter-réflexions sol-nuage. Il faudra trouver un moyen de généraliser les calculs de radiance entre des plans non-parallèles, en faisant les calculs toujours sur le GPU. Une fois que cela sera fait, notre simulateur pourra être utilisé comme un outil de validation. Pour le deuxième point, il faudra se focaliser sur une approche théorique pour déterminer une approximation justifiable. Le troisième point demandera un peu de recherche bibliographique et quelques simulations pour comprendre l'influence de la vapeur d'eau et de certains aérosols sur la dispersion atmosphérique. L'atmosphère terrestre est complexe, et donc il est difficile de la simuler correctement sans comprendre l'influence de chacun de ses composants.

Annexe A

Détails des expérimentations

Dans les tableaux de résultats présentés dans les annexes, R_{sol} , V_{sol} et B_{sol} désignent les 3 composantes de l'irradiance totale E_{sol} reçue sur le sol. De même, R_{nuage} , V_{nuage} et B_{nuage} désignent les 3 composantes de l'irradiance totale E_{nuage} reçue sur le dessous des nuages.

A.1 Inter-réflexions sol-nuage

Nous étudions ici les inter-réflexions du cas idéalement diffus (sol plat infini avec couche nuageuse infinie) avec les paramètres généraux :

- Radiance émise par le soleil : (1,1,1).
- Altitude des nuages = 2.0 km.
- $\theta_s = 45$ et épaisseur de la couche nuageuse = 400 m, donc $R_{ms} = 0.6254$ et $T_{ms} = 0.3746$.
- Le dessous des nuages émet une source diffuse $\frac{T_{ms} \cdot (I_{soleil} + I_{ciel}) \cdot T_{atmosphere}}{2\pi} = \frac{T_{ms} \cdot I}{2\pi}$.
- Les nuages sont situés à l'altitude $H = 2.0km$ et ont une épaisseur de 400m.
- Précision d'une intégration sur une sphère : 64 secteurs en theta et en phi lorsqu'il n'y a pas d'atmosphère et 32 sinon.

A.1.1 Etude de la convergence des inter-réflexions sol-nuage

Albédo 0.2 et pas d'atmosphère

Le modèle mathématique du cas idéalement diffus présenté dans le chapitre 4 (équation 4.4, page 34), nous donne numériquement dans ce cas :

- $E_{sol} = \frac{T_{ms} \cdot I}{2(1-0.2 \cdot R_{ms})} \approx (0.2068, 0.1971, 0.1734)$
- $E_{nuage} = 0.2 \cdot E_{sol} \approx (0.04136, 0.03942, 0.03468)$

Les erreurs pour le sol Err_s et pour le dessous des nuages Err_n du tableau ci-dessous sont des erreurs relatives à la valeur théorique, à la fois de radiance énergétique et de luminance car elles sont obtenues pour les 3 composantes rouge, vert et bleu.

La convergence des inter-réflexions sol-nuage sans atmosphère nécessite 4 itérations pour moins de 1.7% d'erreur de luminance sur la valeur théorique et 6 itérations pour moins de 0.4% d'erreur. Dans le cas sans atmosphère pour un sol d'albédo 0.2, la convergence des inter-réflexions sol-nuage nécessitent 4 itérations.

ANNEXE A. DÉTAILS DES EXPÉRIMENTATIONS

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}	$Err_s(\%)$	$Err_n(\%)$
0	0.1808	0.1723	0.1516	0	0	0	12.6	100.0
1	0.1808	0.1723	0.1516	0.03612	0.03443	0.03029	12.6	12.6
2	0.2033	0.1938	0.1705	0.03612	0.03443	0.03029	1.7	12.6
3	0.2033	0.1938	0.1705	0.04064	0.03873	0.03408	1.7	1.7
4	0.2062	0.1965	0.1729	0.04064	0.03873	0.03408	0.3	1.7
5	0.2062	0.1965	0.1729	0.04120	0.03927	0.03455	0.3	0.4

Albédo 0.5 et pas d'atmosphère

Le modèle mathématique du cas idéalement diffus présenté dans le chapitre 4 (équation 4.4, page 34), nous donne numériquement dans ce cas :

- $E_{sol} \approx (0.2632, 0.2509, 0.2207)$
- $E_{nuage} \approx (0.1316, 0.1254, 0.1104)$

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}	$Err_s(\%)$	$Err_n(\%)$
0	0.1808	0.1723	0.1516	0	0	0	31.3	100.0
1	0.1808	0.1723	0.1516	0.09031	0.08608	0.07574	31.3	31.4
2	0.2372	0.2261	0.1989	0.09031	0.08608	0.07574	9.9	31.4
3	0.2372	0.2261	0.1989	0.1185	0.1130	0.09938	9.9	10.0
4	0.2548	0.2429	0.2137	0.1185	0.1130	0.09938	3.2	10.0
5	0.2548	0.2429	0.2137	0.1273	0.1213	0.1068	3.2	3.3
6	0.2603	0.2481	0.2183	0.1273	0.1213	0.1068	1.1	3.3
7	0.2603	0.2481	0.2183	0.1301	0.1240	0.1091	1.1	1.2
8	0.2620	0.2498	0.2197	0.1301	0.1240	0.1091	0.5	1.2
9	0.2620	0.2498	0.2197	0.1309	0.1248	0.1098	0.5	0.5

Les erreurs pour le sol Err_s et pour le dessous des nuages Err_n du tableau ci-dessus sont des erreurs relatives à la valeur théorique, à la fois de radiance énergétique et de luminance car elles sont obtenues pour les 3 composantes rouge, vert et bleu.

La convergence des inter-réflexions sol-nuage sans atmosphère nécessite 6 itérations pour moins de 3.3% d'erreur, 8 itérations pour moins de 1.2% d'erreur et 10 itérations pour moins de 0.5% d'erreur. Dans le cas sans atmosphère pour un sol d'albédo 0.5, la convergence des inter-réflexions sol-nuage nécessitent 6 itérations.

Albédo 0.8 et pas d'atmosphère

Le modèle mathématique du idéalement diffus présenté dans le chapitre 4 (équation 4.4, page 34), nous donne numériquement dans ce cas :

- $E_{sol} \approx (0.3620, 0.3451, 0.3036)$
- $E_{nuage} \approx (0.2896, 0.2761, 0.2429)$

Les erreurs pour le sol Err_s et pour le dessous des nuages Err_n du tableau ci-dessus sont des erreurs relatives à la valeur théorique, à la fois de radiance énergétique et de luminance car elles sont obtenues pour les 3 composantes rouge, vert et bleu.

ANNEXE A. DÉTAILS DES EXPÉRIMENTATIONS

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}	$Err_s(\%)$	$Err_n(\%)$
0	0.1808	0.1723	0.1516	0	0	0	50.07	100
1	0.1808	0.1723	0.1516	0.1445	0.1377	0.1212	50.1	50.1
2	0.2711	0.2584	0.2273	0.1445	0.1377	0.1212	25.1	50.1
3	0.2711	0.2584	0.2273	0.2167	0.2065	0.1817	25.1	25.2
4	0.3162	0.3013	0.2651	0.2167	0.2065	0.1817	12.7	25.2
5	0.3162	0.3013	0.2651	0.2527	0.2409	0.2119	12.7	12.7
6	0.3387	0.3228	0.2840	0.2527	0.2409	0.2119	6.5	12.7
7	0.3387	0.3228	0.2840	0.2707	0.2580	0.2270	6.5	6.5
8	0.3499	0.3335	0.2935	0.2707	0.2580	0.2270	3.3	6.5
9	0.3499	0.3335	0.2935	0.2797	0.2666	0.2346	3.3	3.4
10	0.3556	0.3389	0.2982	0.2797	0.2666	0.2346	1.8	3.4
11	0.3556	0.3389	0.2982	0.2842	0.2709	0.2383	1.8	1.9
12	0.3584	0.3416	0.3005	0.2842	0.2709	0.2383	1.0	1.9
13	0.3584	0.3416	0.3005	0.2865	0.2730	0.2402	1.0	1.1
14	0.3598	0.3429	0.3017	0.2865	0.2730	0.2402	0.6	1.1
15	0.3598	0.3429	0.3017	0.2876	0.2741	0.2412	0.6	0.7

La convergence des inter-réflexions sol-nuage sans atmosphère nécessite 10 itérations pour moins de 3.4% d'erreur, 12 itérations pour moins de 1.9% d'erreur et 16 itérations pour moins de 0.7% d'erreur. Dans le cas sans atmosphère pour un sol d'albédo 0.8, la convergence des inter-réflexions sol-nuage nécessitent 10 itérations.

A.1.2 Pente du sol et effet d'occultation

Dans cette section, la valeur de l'irradiance du sol affichée est celle du point médian sur la pente. Puisqu'il n'y a pas d'atmosphère pour cette étude de la pente, l'irradiance mesurée le long de la pente est quasiment la même le long de la pente (moins de 1% de différence en terme de radiance et luminance).

Cas d'un sol plat de pente alpha

Le modèle mathématique du cas idéalement diffus présenté dans le chapitre 4 (equation 4.4, page 34) peut se réécrire :

$$\Delta E_{sol}^0 = \frac{T_{ms} \cdot I}{2\pi} \int_{\omega \in H_{basse}} N_{nuage} \cdot \omega d\omega = \frac{T_{ms} \cdot I}{2} \left(\frac{1}{\pi} \int_{\omega \in H_{basse}} N_{nuage} \cdot \omega d\omega \right) \quad (A.1)$$

Ce qui donne pour un sol de pente $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$:

$$\Delta E_{sol \text{ pente } \alpha}^0 = \frac{T_{ms} \cdot I}{2} \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (A.2)$$

Cela correspond l'illumination directe du dessous des nuages sur le sol. $\frac{1+\cos \alpha}{2}$ désigne le facteur d'occultation. Comme notre terrain est automatiquement prolongé à l'infini par deux plans horizontaux,

il y a une partie inter-réflexions sol-sol à prendre en compte. En prenant la partie inter-réflexions sol-sol grâce au modèle présenté au chapitre 3 (équation 3.6, page 26), nous obtenons :

$$\tilde{E}_{sol\ pente\ \alpha} = \frac{T_{ms} \cdot I}{2(1 - \rho \cdot R_{ms})} * \frac{1 + \cos\alpha}{2} * \frac{1}{1 - \rho \left(1 - \frac{1 + \cos\alpha}{2}\right)} \quad (\text{A.3})$$

Pour un sol d'albédo 0.2 avec une pente de 45°

D'après l'équation A.3, nous avons : $\tilde{E}_{sol} \approx (0.2068, 0.1971, 0.1734) * \frac{1 + \cos\frac{\pi}{4}}{2} * \frac{1}{1 - 0.2 \left(1 - \frac{1 + \cos\frac{\pi}{4}}{2}\right)} \approx (0.1765, 0.1682, 0.1480) * \frac{1}{1 - 0.2 \left(1 - \frac{1 + \cos\frac{\pi}{4}}{2}\right)} \approx (0.1818, 0.1733, 0.1525)$.

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}
0	0.1502	0.1406	0.1184
1	0.1550	0.1451	0.1222
2	0.1716	0.1606	0.1353
3	0.1722	0.1612	0.1359
4	0.1741	0.1630	0.1373
5	0.1742	0.1631	0.1374

Les valeurs du dessous des nuages n'apparaissent pas puisqu'elles ne sont pas constantes. La valeur de l'irradiance du sol affichée est celle du point médian sur la pente. Le sol est prolongé à gauche et à droite par 2 plans horizontaux infinis, ainsi il y a la contribution du plan horizontal le plus bas sur la pente (inter-réflexions sol-sol).

voici les erreurs relatives mesurées :

- Avec le facteur d'occultation seul : (1.3,3.2,7.7)% en radiance et 3% en luminance.
- Avec le facteur d'occultation et les inter-réflexions sol-sol (équation A.3) : (4.4,6.3,11)% en radiance et 6% en luminance.

Une première remarque intéressante est que le modèle d'éclairement de [Hoffman and Mitchell (2001)] surestime légèrement la contribution des inter-réflexions sol-sol, puisqu'en considérant seulement le facteur d'occultation de la source émise par le dessous du nuage, la valeur calculée est plus proche de la valeur simulée. Les 2 approximations ci-dessus sont envisageables, avec une préférence pour la première.

Pour l'irradiance accumulée dessous les nuages, nous pensons qu'il est possible de l'approximer par $\rho(E_{sol}^0 PV_{sol}^0 + E_{sol}^1 PV_{sol}^0 + \dots)$ où PV_{sol}^i indique le pourcentage de l'hémisphère d'un point du nuage qui voit le morceau de sol i. Bien entendu ici les E_{sol}^i sont calculés à partir du facteur d'occultation ou de visibilité.

Pour un sol d'albédo 0.2 avec une pente de 90°

Après convergence des inter-réflexions sol-nuage, l'irradiance mesurée sur le sol de pente 90 degrés est de (0.1094,0.1030,0.08776) pour les composantes rouge, vert et bleu. voici les erreurs relatives mesurées :

ANNEXE A. DÉTAILS DES EXPÉRIMENTATIONS

- Avec le facteur d’occultation seul, $\tilde{E}_{sol} \approx (0.2068, 0.1971, 0.1734) * 0.5 \approx (0.1034, 0.09854, 0.08670)$: (5.8, 4.5, 1.2)% en radiance et 4.4% en luminance.
- Avec le facteur d’occultation et les inter-réflexions sol-sol (équation A.3),
 $\tilde{E}_{sol} \approx (0.2068, 0.1971, 0.1734) * 0.5 * \frac{10}{9} \approx (0.1149, 0.1095, 0.09634)$: (5.6, 3.9, 8)% en radiance et 5.9% en luminance.

Les 2 approximations ci-dessus sont envisageables, avec une préférence pour la première.

Pour un sol d’albédo 0.5 avec une pente de 45°

Après convergence des inter-réflexions sol-nuage, l’irradiance mesurée sur le sol de pente 45 degrés est de (0.2290, 0.2149, 0.1821) pour les composantes rouge, vert et bleu.

voici les erreurs relatives mesurées :

- Avec le facteur d’occultation seul, $\tilde{E}_{sol} \approx (0.2632, 0.2509, 0.2207) * \frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2} \approx (0.2247, 0.2141, 0.1884)$: (1.9, 0.4, 3.5)% en radiance et 1% en luminance.
- Avec le facteur d’occultation et les inter-réflexions sol-sol (équation A.3),
 $\tilde{E}_{sol} \approx (0.2632, 0.2509, 0.2207) * \frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2} * \frac{1}{1-0.5\left(1-\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}\right)} \approx (0.2424, 0.2311, 0.2033)$: (5.8, 7.5, 11.6)% en radiance et 6.9% en luminance.

Les 2 approximations ci-dessus sont envisageables, avec une préférence pour la première.

Pour un sol d’albédo 0.5 avec une pente de 90°

Après convergence des inter-réflexions sol-nuage, l’irradiance mesurée sur le sol de pente 90 degrés est de (0.1674, 0.1573, 0.1335) pour les composantes rouge, vert et bleu. Les valeurs théoriques sont $\tilde{E}_{sol} \approx (0.2632, 0.2509, 0.2207) * 0.5 * \frac{1}{1-0.5(1-0.5)} \approx (0.1316, 0.1254, 0.1104) * \frac{4}{3} \approx (0.1755, 0.1673, 0.1472)$. Ainsi, le facteur d’occultation seul introduit une trop grande erreur de luminance (20%) pour déterminer l’irradiance du sol, par contre l’utilisation du modèle du chapitre 3 prenant en compte les inter-réflexions sol-sol donne une erreur de 6.1% d’erreur en luminance (acceptable).

Dans ce cas il semble que la partie inter-réflexions sol-sol ne soit plus négligeable et que le modèle présenté au chapitre 3 est adapté. Néanmoins ce modèle a tendance à surestimer l’irradiance (car il ne prend pas en compte les variations de pente du sol).

Pour un sol d’albédo 0.8 avec une pente de 45°

Après convergence des inter-réflexions sol-nuage, l’irradiance mesurée sur le sol de pente 45 degrés est de (0.3169, 0.2960, 0.2480) pour les composantes rouge, vert et bleu. Les valeurs théoriques sont

$\tilde{E}_{sol} \approx (0.3620, 0.3451, 0.3036) * \frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2} * \frac{1}{1-0.8\left(1-\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}\right)} \approx (0.3090, 0.2945, 0.2591) * \frac{1}{1-0.8\left(1-\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}\right)} \approx (0.3500, 0.3336, 0.2935)$. Cela donne une erreur de luminance de 1% pour le facteur d’occultation seul et de 11.1% pour le modèle du chapitre 3.

Ainsi, seul le facteur d’occultation peut être utilisé pour déterminer l’irradiance du sol.

Pour un sol d'albédo 0.8 avec une pente de 90°

Après convergence des inter-réflexions sol-nuage, l'irradiance mesurée sur le sol de pente 90 degrés est de (0.2693,0.2524,0.2123) pour les composantes rouge, vert et bleu. Les valeurs théoriques sont $\tilde{E}_{sol} \approx (0.3620,0.3451,0.3036)*0.5*\frac{1}{1-0.8*(1-0.5)} \approx (0.1810,0.1725,0.1518)*\frac{5}{3} \approx (0.3017,0.2876,0.2530)$. Ainsi, le facteur d'occultation seul introduit une trop grande erreur pour déterminer l'irradiance du sol, et l'utilisation du modèle du chapitre 3 prenant en compte les inter-réflexions sol-sol donne une erreur en radiance énergétique de (12,14,19.1)%, soit environ 14% d'erreur en luminance, ce qui n'est pas acceptable.

A.1.3 Influence de la position du soleil

Sol d'albédo 0.2 horizontal avec le soleil en position zénithale

Nous avons rajouté cette section dans le but de montrer que la position zénithale du soleil à une influence sur l'irradiance totale accumulée sur le sol et le dessous des nuages, sans pour autant influencer la convergence des inter-réflexions sol-nuages pour un sol d'albédo 0.2. En effet, pour les valeurs ci-dessous la convergence des inter-réflexions sol-nuage est constatée après les 4 premières itérations (erreur relative de 1.2% pour le sol et de 1% pour le dessous des nuages).

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}
0	0.2252	0.2191	0.2030	0	0	0
1	0.2252	0.2191	0.2030	0.04500	0.04378	0.04057
2	0.2495	0.2427	0.2249	0.04500	0.04378	0.04057
3	0.2495	0.2427	0.2249	0.04985	0.04851	0.04495
4	0.2521	0.2453	0.2273	0.04985	0.04851	0.04495
5	0.2521	0.2453	0.2273	0.05038	0.04902	0.04542

Sol d'albédo 0.5 horizontal avec le soleil en position zénithale

Nous avons rajouté cette section dans le but de montrer que la position zénithale du soleil à une influence sur l'irradiance totale accumulée sur le sol et le dessous des nuages, sans pour autant influencer la convergence des inter-réflexions sol-nuages pour un sol d'albédo 0.5. En effet, pour les valeurs ci-dessous la convergence des inter-réflexions sol-nuage est constatée après les 6 premières itérations (erreur relative de 2% pour le sol et de 2% pour le dessous des nuages).

Pour un sol d'albédo 0.8 horizontal avec le soleil en position zénithale

Nous avons rajouté cette section dans le but de montrer que la position zénithale du soleil à une influence sur l'irradiance totale accumulée sur le sol et le dessous des nuages, sans pour autant influencer la convergence des inter-réflexions sol-nuages pour un sol d'albédo 0.8. En effet, pour les valeurs ci-dessous la convergence des inter-réflexions sol-nuage est constatée après les 10 premières itérations (erreur relative de 1.4% pour le sol et de 1.4% pour le dessous des nuages).

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}
0	0.2252	0.2191	0.2030	0	0	0
1	0.2252	0.2191	0.2030	0.1125	0.1095	0.1014
2	0.2859	0.2782	0.2578	0.1125	0.1095	0.1014
3	0.2859	0.2782	0.2578	0.1428	0.1390	0.1288
4	0.3023	0.2942	0.2726	0.1428	0.1390	0.1288
5	0.3023	0.2942	0.2726	0.1510	0.1470	0.1362
6	0.3068	0.2985	0.2766	0.1510	0.1470	0.1362
7	0.3068	0.2985	0.2766	0.1533	0.1491	0.1382
8	0.3079	0.2996	0.2777	0.1533	0.1491	0.1382
9	0.3079	0.2996	0.2777	0.1538	0.1497	0.1387

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}
0	0.2252	0.2191	0.2030	0	0	0
1	0.2252	0.2191	0.2030	0.1800	0.1751	0.1623
2	0.3224	0.3137	0.2907	0.1800	0.1751	0.1623
3	0.3224	0.3137	0.2907	0.2577	0.2508	0.2324
4	0.3644	0.3545	0.3285	0.2577	0.2508	0.2324
5	0.3644	0.3545	0.3285	0.2913	0.2834	0.2626
6	0.3825	0.3722	0.3449	0.2913	0.2834	0.2626
7	0.3825	0.3722	0.3449	0.3057	0.2975	0.2757
8	0.3903	0.3798	0.3519	0.3057	0.2975	0.2757
9	0.3903	0.3798	0.3519	0.3120	0.3036	0.2813

A.1.4 Bilan inter-réflexions sol-nuage sans atmosphère

Les résultats précédents montrent bien que la convergence des inter-réflexions sol-nuage est intrinsèquement liée au produit ρR_{ms} . Pour 2 itérations (itération 0 et 1), l'erreur relative commise est proportionnelle à ρR_{ms} ; pour 4 itérations, elle est proportionnelle à $(\rho R_{ms})^2$; pour 6 itérations, elle est proportionnelle à $(\rho R_{ms})^3$; ... ; pour $2n$ itérations, elle est proportionnelle à $(\rho R_{ms})^n$. Ainsi, étant donné $\rho > 0$, $R_{ms} > 0$ et une erreur relative $\epsilon > 0$, il faut $2 \left\lceil \frac{\ln(\epsilon)}{\ln(\rho R_{ms})} \right\rceil$ itérations pour arriver à la précision la plus proche d' ϵ .

Un autre point intéressant à signaler est le pourcentage de la radiance reçue du aux inter-réflexions sol-nuage. Les tableaux précédents montrent que pour des albédos de 0.2, 0.5 et 0.8 la contribution des inter-réflexions est respectivement de 12.5%, 31.3% et 50.1% ($\approx \rho R_{ms}$). De plus, puisque ici l'erreur est la même pour le rouge, le vert et le bleu, cette erreur est directement liée à une erreur de perception. Nous n'avons pas fait d'étude détaillée sur la perception, mais nous estimons qu'une erreur de perception inférieure à 5% est acceptable.

Nous avons vu que la convergence des inter-réflexions n'était pas modifiée pour un $0 \leq \theta_s \leq 45$ degrés. Il est envisageable que la convergence soit plus rapide pour des θ_s plus grands, mais nous voulions trouver le nombre maximal d'inter-réflexions sol-nuage pour avoir une convergence convenable du point de vu de la luminance (en essayant d'avoir moins de 5% d'erreur de perception visuelle).

A.2 Inter-réflexions sol-sol

A.2.1 Albédo 0.2, 0.5, 0.8, pas de nuage et pas d'atmosphère

Nous rappelons d'abord que notre étude se limite aux sols de pente inférieure ou égale à 90 degrés par rapport à l'horizon. L'échange énergétique entre 2 "morceaux" de terrain qui se voient mutuellement dépend fortement de l'angle solide (confère la définition de l'irradiance). L'hémisphère d'un point sur un sol horizontal peut voir au maximum le sol sur sa moitié. L'hémisphère d'un point dans un canyon peut voir le sol sur plus de sa moitié.

Nous avons identifié 2 cas limites intéressants pour les inter-réflexions sol-sol, les inter-réflexions en L et en U. Ces 2 cas limites donneront une idée de la contribution maximale des inter-réflexions dans la l'irradiance totale d'un point sur le sol. Nous allons étudier ces 2 cas pour déterminer d'une part la contribution des inter-réflexions et d'autre part le nombre d'inter-réflexions qu'il faut prendre en compte s'il n'y a pas d'atmosphère.

Inter-réflexions en L avec la montagne

La montagne aurait pu être une falaise. L'important c'est que la montagne présente des côtés verticaux et qu'à sa gauche et à sa droite le sol est horizontal infini (à sa base). Le soleil a un angle zénithal de 45 degrés ainsi la contribution directe du soleil est la même sur le côté droit de la montagne et sur le sol non-occulté à (on n'étudiera pas la zone à l'ombre ici).

Voici 2 tableaux mettant en évidence les erreurs relatives maximales dans les zones pas à l'ombre et à l'ombre. L'itération 0 correspond à l'illumination directe, sans aucune inter-réflexion, l'itération 1 prend en compte en plus les réflexions directes etc... $E^{iteri/iteri+1}$ désigne l'erreur relative maximale en radiance ou luminance sur la prise en compte des inter-réflexions sol-sol jusqu'à l'itération i par rapport à la prise en compte des inter-réflexions sol-sol jusqu'à l'itération $i+1$.

Dans les zones pas à l'ombre :

albédo	$E^{iter0/iter1}(\%)$	$E^{iter1/iter2}(\%)$	$E^{iter2/iter3}(\%)$
0.2	9	0	0
0.5	20	2	0
0.8	28	5	2

Dans la zone à l'ombre :

albédo	$E^{iter0/iter1}(\%)$	$E^{iter1/iter2}(\%)$	$E^{iter2/iter3}(\%)$
0.2	13	20	0
0.5	30	29	0
0.8	42	14	0

Un point intéressant est de déterminer la zone d'influence d'un morceau de sol dans les inter-réflexions sol-sol. Nous avons étudié les inter-réflexions en L avec un sol d'albédo 0.2 pour un morceau vertical de 1.9 km (hauteur raisonnable pour une montagne) et un sol horizontal infini sur la droite. A partir de 6.3 km entre la base du sol vertical et un point du sol horizontal, la contribution des inter-réflexions sol-sol est négligeable (elle est inférieure à 3% du maximum de contribution observé). Pour un albédo

de 0.5 ou de 0.8, c'est à partir de 7.4 km. L'albédo du sol joue peu sur la zone d'influence d'une falaise ou montagne, le paramètre le plus important étant l'angle solide.

Inter-réflexions en U avec le canyon

Dans ce type d'inter-réflexion, en général un seul côté de la vallée reçoit la contribution directe du soleil (si la direction de la lumière du soleil n'est pas vers le bas) ou les 2 côtés verticaux de la vallée ne reçoivent quasiment pas d'illumination directe du soleil. Ainsi on s'attend à ce que les inter-réflexions soient importantes pour la zone initialement à l'ombre. L'intérêt réside dans le fait que les 2 montants de la vallée se voient directement avec des angles solides importants, ce qui pourrait donner de l'importance à la contribution totale des inter-réflexions sur la radiance accumulée sur le sol.

Les 2 tableaux représentent la contribution maximale des réflexions directes dans les zones pas à l'ombre et à l'ombre. $E^{iteri/iteri+1}$ désigne l'erreur relative maximale en radiance ou luminance sur la prise en compte des inter-réflexions sol-sol jusqu'à l'itération i par rapport à la prise en compte des inter-réflexions sol-sol jusqu'à l'itération $i+1$.

Dans les zones pas à l'ombre :

albédo	$E^{iter0/iter1}(\%)$	$E^{iter1/iter2}(\%)$	$E^{iter2/iter3}(\%)$
0.2	7	1	0
0.5	17	5	1
0.8	26	9	3

Dans la zone d'ombre :

albédo	$E^{iter0/iter1}(\%)$	$E^{iter1/iter2}(\%)$	$E^{iter2/iter3}(\%)$	$E^{iter3/iter4}(\%)$	$E^{iter4/iter5}(\%)$
0.2	77	24	1	0	0
0.5	88	48	9	2	0
0.8	92	61	16	6	2

Bilan sur les inter-réflexions sol-sol sans nuage

D'une manière générale les inter-réflexions directes sont importantes quel que soit l'albédo. Pour le cas des inter-réflexions en L avec un sol d'albédo 0.8 et des inter-réflexions en U avec des albédos 0.5 ou 0.8, il faut prendre en compte les premières réflexions indirectes. Le cas des zones d'ombres nécessite de prendre les réflexions directes et les premières réflexions indirectes quel que soit l'albédo pour les inter-réflexions en L et en U.

Pour les inter-réflexions sol-sol en L, il faut 1, 1 et 2 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 dans les zones pas à l'ombre, et 2 itérations pour les zones à l'ombre quel que soit l'albédo.

Pour les inter-réflexions sol-sol en U, il faut 1, 2 et 2 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 dans les zones pas à l'ombre, et 2, 3 et 4 itérations pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 dans les zones à l'ombre.

A.3 Influence de l'atmosphère dans les échanges radiatifs

Pour pouvoir tester correctement l'influence de l'atmosphère dans les échanges radiatifs, il a d'abord fallu déterminer la résolution de la grille de simulation ou grille d'échantillonnage de la dispersion atmosphérique (*in-scattering*). Nous avons vu que pour notre modèle de densité atmosphérique à décroissance exponentielle, il fallait un échantillonnage tous les 62.5 mètres en altitude (32 échantillons pour $H=2.0\text{km}$) et un échantillonnage selon l'axe Ox tous les kilomètres (pour un sol quelconque, car pour un sol plat infini tous est symétrique et une résolution de 1 suffit pour les abscisses).

A.3.1 Dans les inter-réflexions sol-nuage

Albédo 0.2 et atmosphère

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}
0	0.1767	0.1640	0.1349	0	0	0
1	0.1791	0.1686	0.1430	0.03632	0.03501	0.03140
2	0.2018	0.1905	0.1628	0.03718	0.03678	0.03485
3	0.2027	0.1923	0.1662	0.04186	0.04150	0.03962
4	0.2056	0.1953	0.1693	0.04208	0.04197	0.04063
5	0.2058	0.1957	0.1701	0.04268	0.04262	0.04141
6	0.2062	0.1961	0.1707	0.04273	0.04272	0.04164
7	0.2062	0.1961	0.1709	0.04281	0.04281	0.04177

Ce tableau montre clairement que pour un albédo de 0.2, les inter-réflexions avec l'influence de l'atmosphère (transparence et dispersion) nécessitent 4 itérations pour converger (même nombre d'itérations que dans le cas sans atmosphère).

La radiance totale reçue sur le sol est très proche de celle reçue dans le cas des inter-réflexions sans atmosphère, par contre il y a une différence notable pour le vert (6.7% d'erreur relative) et le bleu (14% d'erreur relative) de la radiance accumulée par le dessous des nuages. Cela s'explique par le fait que la contribution du sol n'est pas importante dans ce cas ce qui donne plus d'importance relative à la dispersion atmosphérique. Par contre l'erreur de perception visuelle (luminance) est seulement de 6.1%. Il est donc envisageable de traiter les inter-réflexions sol-nuage sans prendre en compte l'influence de l'atmosphère pour un sol d'albédo 0.2.

Albédo 0.5 et atmosphère

Ce tableau montre clairement que pour un albédo de 0.5, les inter-réflexions avec l'influence de l'atmosphère (transparence et dispersion) nécessitent 6 itérations pour converger (même nombre d'itérations que dans le cas sans atmosphère). De plus, puisque la contribution de la dispersion atmosphérique n'est plus importante au-delà de l'itération 3, la transparence a tendance à faire converger légèrement plus vite les inter-réflexions au-delà de l'itération 3.

La radiance totale reçue sur le sol est très proche de celle reçue dans le cas des inter-réflexions sans atmosphère, et on peut même utiliser directement les valeurs obtenues sans atmosphère (moins de 2% d'erreur relative de radiance et de luminance).

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}
0	0.1767	0.1640	0.1349	0	0	0
1	0.1791	0.1686	0.1430	0.0881	0.08189	0.06761
2	0.2340	0.2195	0.1850	0.09024	0.08604	0.07515
3	0.2361	0.2236	0.1922	0.1176	0.1116	0.09654
4	0.2532	0.2395	0.2057	0.1190	0.1142	0.1012
5	0.2543	0.2416	0.2094	0.1275	0.1222	0.1082
6	0.2596	0.2467	0.2140	0.1281	0.1234	0.1105

Albédo 0.8 et atmosphère

N° iter	R_{sol}	V_{sol}	B_{sol}	R_{nuage}	V_{nuage}	B_{nuage}
0	0.1767	0.1640	0.1349	0	0	0
1	0.1791	0.1686	0.1430	0.1400	0.1288	0.1038
2	0.2662	0.2485	0.2072	0.1433	0.1353	0.1154
3	0.2695	0.2549	0.2182	0.2123	0.1982	0.1654
4	0.3125	0.2941	0.2495	0.2156	0.2046	0.1764
5	0.3152	0.2992	0.2581	0.2497	0.2356	0.2010
6	0.3364	0.3185	0.2737	0.2521	0.2402	0.2089
7	0.3382	0.3219	0.2795	0.2690	0.2555	0.2213
8	0.3487	0.3315	0.2875	0.2706	0.2586	0.2264
9	0.3499	0.3337	0.2911	0.2790	0.2662	0.2328
10	0.3551	0.3384	0.2952	0.2799	0.2680	0.2359
11	0.3557	0.3397	0.2974	0.2840	0.2718	0.2393
12	0.3583	0.3421	0.2996	0.2846	0.2729	0.2411

Ce tableau montre que pour un albédo de 0.8, les inter-réflexions avec l'influence de l'atmosphère (transparence et dispersion) nécessitent 10 itérations pour environ moins de 4% d'erreur relative maximale par rapport à la valeur limite (même nombre d'itérations que dans le cas sans atmosphère).

La radiance totale reçue sur le sol est très proche de celle reçue dans le cas des inter-réflexions sans atmosphère, et on peut même utiliser directement les valeurs obtenues sans atmosphère (moins de 1% d'erreur relative de radiance et de luminance).

Bilan inter-réflexions sol-nuage avec l'atmosphère

L'atmosphère sèche a très peu d'influence sur les inter-réflexions sol-nuage de part la compensation de la transparence avec la dispersion atmosphérique entrante. Toutes les inter-réflexions sol-nuages peuvent être simulées sans prendre en compte l'atmosphère sèche.

A.3.2 Dans les inter-réflexions sol-sol

Pour étudier l'influence de l'atmosphère sur les inter-réflexions sol-sol, nous avons comparé les résultats avec et sans atmosphère sur le nombre d'itération minimal pour que les inter-réflexions sol-sol

convergent. Lors de nos expérimentations avec les scènes de test, nous avons observé un comportement différent de la radiance reçue pour 3 types de zone : les zones à l'ombre, les zones directement éclairées horizontales et les zones directement éclairées qui subissent des inter-réflexions sol-sol.

Falaise et inter-réflexions en L

Voici les résultats obtenus :

- Pour les zones directement éclairées par le soleil ne subissant pas d'inter-réflexions sol-sol hautes fréquences (à l'altitude 0 km), l'influence de l'atmosphère est négligeable pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 (moins de 0.5% d'erreur de luminance).
- Sur les zones directement éclairées par le soleil qui subissent des inter-réflexions sol-sol hautes fréquences en L (à droite de la falaise), l'influence de l'atmosphère est négligeable pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 (moins de 0.5% d'erreur de luminance).
- Le cas critique est celui de la zone à l'ombre. En effet, les erreurs relatives maximales de luminance pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 sont 33%, 23% et 15%. Dans les zones d'ombre des inter-réflexions en L, l'influence de l'atmosphère est non-négligeable.

Canyon et inter-réflexions en U

Voici les résultats obtenus :

- Pour les zones directement éclairées par le soleil ne subissant pas d'inter-réflexions sol-sol hautes fréquences (à l'altitude 1 km), l'influence de l'atmosphère est négligeable pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8. En effet nous obtenons des erreurs relatives maximales de luminance de l'ordre de 1% pour les 3 albédos.
- Sur les zones directement éclairées par le soleil qui subissent des inter-réflexions sol-sol hautes fréquences en U (dans le canyon), l'influence de l'atmosphère est négligeable pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8. En effet nous obtenons des erreurs relatives maximales de luminance de l'ordre de 3% pour les 3 albédos.
- Le cas critique est celui de la zone à l'ombre. En effet, les erreurs relatives maximales de luminance pour les albédos 0.2, 0.5 et 0.8 sont 12%, 6% et 4%. L'influence de l'atmosphère est négligeable pour les sols d'albédo 0.5 et 0.8, mais pas pour le sol d'albédo 0.2.

A.4 Perspective aérienne

Expérimentalement, en étudiant l'influence des nuages, du sol et des inter-réflexions sol-nuage (avec un sol plat infini), nous avons pu observer que la perspective aérienne perçue est modifiée en fonction de l'albédo du sol ρ , de la réflectance du dessous des nuages R_{ms} et de la transmittance des nuages T_{ms} .

De plus, nous avons trouvé une approximation empirique de la perspective aérienne pour coller (en particulier au rouge) à nos simulation, dans le cas d'un ciel clair :

- Cas d'un rayon horizontal de longueur minimale 5 km : $Riley2004.(1 + \rho + \rho^2)$.
- Sinon (oblique ou de longueur < 5km) : $Riley2004.(1 + \rho)$.

Cette approximation est bonne pour le rouge (erreur de radiance de 5.3%) et le vert (erreur de radiance de 11.3%) et moins pour le bleu (erreur de radiance de 22.3%). Cela donne une erreur de luminance de l'ordre de 10%.

Ce résultat est intéressant dans le sens où il nous montre que le sol influence par réflexion la perspective aérienne.

A.5 Contribution directe du ciel

Dans cette section, nous étudions la contribution directe du ciel (dispersion simple seulement) à l'éclairage d'un point situé sur le sol en prenant en compte la transparence due à l'atmosphère.

A.5.1 Cas d'un sol horizontal

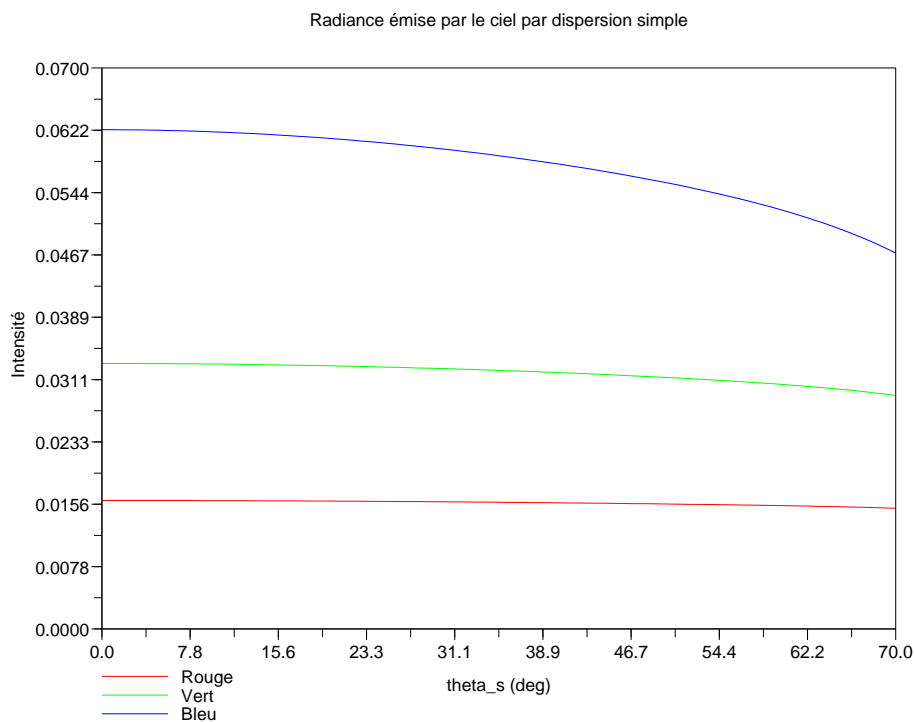


FIG. A.1: Radiance reçue par un sol plat horizontal (pas de nuage) éclairé par le ciel en fonction de la position zénithale du soleil. Du bas vert le haut sont observées les composantes rouge, vert et bleu de l'irradiance du sol.

La figure A.1 montre les variations de la radiance émise par le ciel reçue par un sol plat lambertien (seule la dispersion simple de la lumière du soleil est prise en compte) en fonction de la position zénithale du soleil jusqu'à $\theta_s=70$ degrés. L'angle θ_s du soleil ne va pas au-delà de 70° , car c'est la limite de validité du modèle de Terre plate.

Pour déterminer s'il est visuellement correct d'utiliser une approximation pour la radiance du ciel reçue par le sol (pour le rouge, le vert et le bleu), nous utilisons l'approche *perception de la luminance lumineuse*. Si le ciel représente 25% ([Loe and Tregenza (1998)]) de l'intensité lumineuse perçue par

rapport au soleil. Cela donne $I_{soleil} = 3.I_{ciel}$. Si on veut se limiter à 5% d'erreur relative pour la luminance lumineuse total, $0.05.(I_{ciel} + I_{soleil}) = 0.05.(4.I_{ciel}) = 0.2.I_{ciel}$. Ainsi, il ne faut pas dépasser 20% d'erreur pour le ciel (il n'y aura pas d'erreur pour I_{soleil}).

La radiance reçue sur le sol est maximale pour le soleil en position zénithal, ce qui est cohérent avec la distribution en cosinus. Pour un sol avec une pente 45° ou 90° la radiance reçue est maximale pour $\theta_s = 40^\circ$ et $\theta_s = 60^\circ$. Pour une pente de 45 , le maximum correspond pratiquement à celui de la distribution en cosinus car la variation de la radiance émise par le ciel est quasi-constante pour un angle zénithal entre 0 et 36° . On ne peut rien conclure du résultat obtenu pour une pente de 90° , car le modèle de Terre plate n'autorise pas θ_s à dépasser 70° .

A.5.2 Pente et effet d'occultation

Maintenant la position du soleil est figée en position zénithale ($\theta_s = 0$ degré). La radiance reçue par un sol plat horizontal depuis le ciel est donc constante. Nous allons voir s'il est possible d'utiliser cette radiance pour des sols plats non-horizontaux moyennant l'utilisation d'un facteur d'occultation $O(p) = \frac{1+N(p).u_z}{2} = \frac{1+N(p).z}{2} = \frac{1+\cos(\text{angle_pente})}{2}$. La pente d'un sol est limitée à 90 degrés pour l'ensemble de nos simulations. Rappelons que l'illumination directe du soleil ne peut pas être approximée par ce principe, mais que par contre les sources diffuses qui ont tendance à varier moins brusquement pourraient être approximées par ce procédé.

La radiance reçue sur le sol en un point p depuis le ciel dépend de la position du soleil mais aussi de la normale du sol $N(p)$. Ainsi l'utilisation de ce facteur d'occultation introduit une erreur, car la distribution de la radiance accumulée est dépendante du cosinus et la radiance émise par le ciel varie sur l'hémisphère. Néanmoins cette approximation reste perceptuellement correcte pour la radiance reçue par le sol depuis le ciel. En effet, pour un sol avec une pente d'angle 90 degrés (le pire cas), l'erreur relative de perception (luminance) mesurée entre I_{ciel} calculé et $I_{ciel}^{sol_plat} * O(p)$ est de 23.6% (pour un point à l'altitude 0km). Cette approximation est-elle aussi correcte lorsque θ_s change ? Si θ_s , change et que le nouveau $I_{ciel}^{sol_plat}$ correspondant est simulé, cette erreur de perception visuelle reste sensiblement la même. Par contre, si le $I_{ciel}^{sol_plat}$ avec $\theta_s=0$ est gardé, une erreur supplémentaire est introduite. Il n'est pas intéressant de traiter ce cas, puisque chaque couple (I_{ciel}, θ_s) peut être précalculé avec la précision voulue.

Annexe B

Représentations de la lumière

En graphisme, il existe beaucoup de manières de représenter une source de lumière (ou de représenter les ombres dues à la source de lumière). Il est possible de jouer sur 3 aspects : la représentation géométrique (source ponctuelle, source directionnelle, source surfacique, source hémisphérique et source sphérique), la représentation informatique associée (une texture plus ou moins élaborée) et la base mathématique de décomposition pour les sources surfaciques.

Les **sources ponctuelles et directionnelles** sont simples, mais génèrent des ombres dures (par carte d'ombres ou *shadow map*), et ne sont généralement pas des bonnes approximations des sources réelles qui ont tendance à émettre la lumière dans plusieurs directions. Pour le cadre de l'illumination globale d'une scène extérieure, le soleil peut être approximé par une source directionnelle. En général un point d'un terrain est illuminé par l'ensemble de l'hémisphère visible par le ciel. Ainsi des techniques de décomposition des sources de lumière sur des sphères ont été développées (confère la section C.1 sur les harmoniques sphériques).

Les **cartes d'environnement** ou *environment map* sont des solutions dont on entend souvent parler lorsqu'il s'agit d'éclairer une scène par une source de lumière distante (e.g. le ciel), dans le cadre du rendu hardware interactif. En effet dans le cas d'une source de lumière distante, l'éclairage peut être vu comme une fonction d'une direction, et ainsi il suffit d'aller chercher sa valeur dans une texture représentant l'environnement distant (et entourant l'observateur). Les types de carte d'environnement (différentes paramétrisations) les plus utilisés sont : *cub map*, *parabolic map* et *sphere map*.

Pour les jeux vidéos, il est souvent question de **cartes de lumière** ou *light maps*. Les cartes de lumière sont des solutions d'éclairage global fixes associées à une source de lumière statique (pas dynamique). Elles permettent d'obtenir des illuminations de qualité (avec des ombres hautes résolutions) tout en respectant la contrainte du temps-réel (puisque que ce sont des solutions d'éclairage pré-calculées). Une carte de lumière se présente sous la forme d'une texture, qui en général est utilisée comme texture multiplicative de la couleur du sol. Pour notre cadre du rendu de terrains, notre carte de lumière sera une carte d'horizon, qui permet le calcul de l'ombre portée par les montagnes ou collines en fonction de la position du soleil et cela en temps-réel.

Annexe C

Autres techniques d'illumination globale de terrains 3D

Dans cet appendice, d'autres techniques d'illumination globale temps-réel de scènes extérieures sont présentées. Elles sont basées entre autre sur l'interaction d'un point avec sa géométrie environnante, en particulier l'auto-ombrage. Il est vrai que l'oeil humain est très sensible à ce type d'information, car les ombres vont lui indiquer la position/distance relative de 2 objets, une concordance avec les sources de lumière et mettre en avant les concavités géométriques (l'ouverture d'un morceau de géométrie sur le monde extérieur). Dans de l'illumination globale, la quantité de lumière ambiante (de la lumière qui a été tellement réfléchié dans toutes les directions qu'elle peut être supposée diffuse) qui touche un point d'une surface est essentielle. Ainsi une approximation courante de l'*occultation ambiante* consiste à prendre en compte la lumière diffusée (éclairage ambiant ou indirect) dans les zones ouvertes sur l'extérieur qui ne sont pas éclairées par une source de lumière directe.

C.1 Harmoniques sphériques (spherical harmonics)

L'*éclairage par harmoniques sphériques* (HS) [Green (2003)] est une technique pour calculer l'éclairage global de modèles 3D émis par des sources de lumières surfaciques *basses fréquences* qui a connu un grand succès depuis [Sloan et al. (2002)]. Les effets d'illumination globale peuvent être capturés par pré-calculs (ombres et inter-réflexions) et réutilisés pour éclairer, voire rééclairer une scène. L'idée de base est de construire une fonction de transfert (qui peut prendre en compte l'occultation pour calculer les ombres) en chaque sommet (ou texel ou patch), qui est projetée sur la base des harmoniques sphériques (en général 4, 9, 16 ou 25 coefficients suffisent). Cette fonction de transfert va permettre le calcul de la *radiance* ou intensité en un point par un simple produit scalaire avec une source de lumière, elle aussi exprimée dans la base des harmoniques sphériques. Ensuite il est possible de calculer les inter-réflexions par intégration de Monte Carlo, grâce à la fonction de transfert interpolée pour chaque triangle intersecté par un rayon d'échantillonnage lancé. Cette méthode est adaptée aux sources de lumière surfaciques distantes basses fréquences comme le ciel d'où un certain intérêt dans les domaine d'éclairage de paysages extérieurs "doux" (sans illumination directe du soleil). Il est important de signaler que les effets hautes fréquences ne sont pas pris en compte du tout. Par exemple, il ne sera pas possible d'obtenir des ombres dures ou légèrement dures, mais seulement des ombres très douces (la composante basse fréquences des

ombres). Même avec un nombre de coefficients situé entre 1000 et 3000, il n'est pas possible de rendre correctement les hautes fréquences avec les HS [Ng et al. (2003)]. Avec les HS, il ne sera pas envisageable de représenter des sources de lumière directionnelles (fonction delta) comme le soleil. La suite de cette section est consacrée à l'explication des propriétés des HS qui les ont rendues si populaires.

Les *harmoniques sphériques* définissent une base (complète) de fonctions orthonormales sur une sphère (sphère unité dans R^3) [Weisstein (b), Mäki-Patola (2003) et Green (2003)]. Elles sont utilisées pour représenter des fonctions (par exemple une fonction sphérique comme un éclairage environnemental) sur une sphère en tant que somme pondérée des fonctions de la base (analogie avec la décomposition dans la base des fonctions de Fourier sur un cercle). Elles ont plusieurs propriétés mathématiques intéressantes qui vont simplifier le traitement de la fonction originale que l'on a projetée sur la base (d'où leur utilisation). Elles sont souvent utilisées dans le rendu d'images comme une représentation compacte de la radiance émise par des sources de lumière distantes [Ramamoorthi and Hanrahan (2001)]. En général, dans les calculs d'intégration qui sont utiles au transport de la lumière, seulement des intégrations sur des hémisphères sont considérées. Mais les harmoniques sphériques projetées sur une hémisphère ne sont plus orthonormales et c'est pourquoi les sphères sont utilisées.

C.1.1 Fonction de base

Une fonction de base est définie par 2 indexes l et m . l est appelé l'indexe de bande (bande de fréquences) et est un entier naturel. Des valeurs petites de l représentent des fonctions de la base basses fréquences. m est un entier relatif qui varie entre $-l$ et l . Les valeurs exactes des premières fonctions de base harmoniques sphériques (jusqu'à y_3^3) sont données dans [Weisstein (b)]. Voici l'expression générale en coordonnées sphériques (base complexe) [Weisstein (b)] où P_l^m est le polynôme de Legendre associé [Weisstein (a)] :

$$y_l^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (C.1)$$

Pour une expression des y_l^m en coordonnées sphériques en base réelle (pour projeter des fonctions réelles), ainsi qu'une implémentation efficace vous pouvez lire [Green (2003)].

C.1.2 Projection d'une fonction f

Voici la formule générale pour calculer un coefficient f_l^m de f (S pour sphère unitaire = ensemble de directions engendrées par la sphère ; s une direction sur la sphère) :

$$f_l^m = \langle f, y_l^m \rangle = \int_S f(s) y_l^m(s) ds \quad (C.2)$$

Ce qui donne en coordonnées sphériques :

$$f_l^m = \langle f, y_l^m \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) y_l^m(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (C.3)$$

L'équation ci-dessus définit les poids associés à chaque fonction de la base des harmoniques sphériques. Cette intégrale peut être évaluée numériquement par intégration de Monte Carlo [Green (2003)].

C.1.3 Reconstruction de f

Puisqu'on utilise en général une somme finie de coefficients pour reconstruire f, cette reconstruction sera une approximation de f (limitée à n premières bandes pour de l'ordre n), notée \tilde{f} .

$$\tilde{f}(s) = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^l f_l^m y_l^m(s) = \sum_{i=l(l+1)+m=0}^{n^2-1} f_i y_i(s) \quad (\text{C.4})$$

Pour un l fixé, par exemple l = 0, 1, 2, 3, ..., n-1 il y a 1, 3, 5, 7, ..., 2n-1 coefficients par bandes, soit un total de 2², 3², 4², ..., n² coefficients pour les 2, 3, 4, ..., n premières bandes. Pour de l'ordre n, les n premières bandes sont prises en compte et il y a n² coefficients. Si la fonction approximée est plutôt basses fréquences, on peut utiliser un petit nombre de coefficients (9 premiers coefficients ou approximation d'ordre 3, i.e., l = 0, 1 et 2) pour obtenir une reconstruction de qualité. Cette approximation est valide pour des lumières situées à l'infini, mais en général insuffisante pour des lumières proches (dans ce cas l > 2) [Frolova et al. (2004)]. Une bonne approximation, peut être vue comme un espace de reconstruction qui permet de prendre en compte les propriétés de la fonction reconstruite. Trouver un bon compromis entre un petit nombre de coefficients (objectif temps-réel) et la qualité de l'illumination globale produite (illumination réaliste) dépend de plusieurs paramètres (importance relative des hautes fréquences, position de la source de lumière, type de matériau pour les surfaces, ...)

C.1.4 Propriétés générales

L'orthonormalité de la base des harmoniques sphériques implique, que pour n'importe quelles fonctions a et b définies sur la surface d'une sphère, leur projection satisfait :

$$\int_S \tilde{a}(s) \tilde{b}(s) ds = \sum a_i b_i \quad (\text{C.5})$$

Cette propriété est très utile, puisqu'elle permet de transformer des intégrales difficiles à calculer en de simples produits scalaires entre 2 vecteurs (et les données vectorielles sont bien adaptées au traitement hardware nécessaire pour atteindre des fréquences d'affichage interactives). Dans le même ordre d'idées, la convolution de 2 fonctions projetées dans l'espace des harmoniques sphériques peut être rapidement calculée.

Les harmoniques sphériques sont invariantes par rotation. C'est-à-dire que si $g(s) = f(\text{Rot}_\omega(s))$, alors $\tilde{g}(s) = \tilde{f}(\text{Rot}_\omega(s))$. Faire subir une rotation à une fonction, puis la projeter dans l'espace des harmoniques sphériques, équivaut à la projeter puis faire la rotation. Une fonction sphérique, représentée par un ensemble de coefficients harmoniques sphériques, peut subir une rotation par une transformation linéaire de ses coefficients qui dépend du nombre de coefficients utilisés (cf. l'appendice de [Kautz et al. (2002)] et [Green (2003)]). De cette façon, nous pouvons faire subir une rotation à la lumière autour d'un objet sans avoir à reprojeter la lumière "rotée" explicitement. On calcule les coefficients de la source de lumière dans une orientation standard, et on applique une matrice de rotation creuse $R_{n^2 \times n^2}$ à ces derniers pour calculer les coefficients de la lumière "rotée" projetée. Cette propriété garantit aussi qu'il n'y a pas de fluctuation ou artefact visuel lorsqu'une lumière sera déplacée dans une scène (animée ou statique) [Green (2003)]. Les harmoniques sphériques sont donc bien adaptées à l'éclairage global de terrains 3D.

C.2 PRT (Precomputed Radiance Transfer)

Le rendu interactif d'objets, de terrains 3D réalistes, dans des conditions d'éclairage générales soulève plusieurs challenges. Les trois principaux sont le transport complexe de la lumière (ombres projetées (dont auto-ombrage), inter-réflexions, caustiques, *sub-surface scattering* ou dispersion dans la surface...) en temps-réel, la prise en compte de sources de lumière surfaciques de taille conséquente et dynamiques, et l'intégration de BRDFs quelconques. La PRT, ou transfert de *radiance* (luminance énergétique) pré-calculé, offre une approche intéressante pour résoudre (de manière approchée) ces challenges avec des temps interactifs. Les pré-calculs signifient que cette méthode s'applique aux objets rigides et aux scènes dynamiques composées d'objets rigides. Un très bon cours SIGGRAPH est disponible sur le sujet [Kautz et al. (2005)].

Des intégrales assez complexes (transferts radiatifs) permettent de prendre en compte l'occultation (visibilité dans les directions de l'hémisphère), les inter-réflexions, la distribution des directions de la lumière sortante (BRDF) et la distribution d'énergie lumineuse entrante (en $\cos \theta$ pour des surfaces diffuses), mais ne peuvent pas être calculées en temps-réel. D'où l'idée de les pré-calculer pour gagner du temps. Signalons que le cas des BRDFs quelconques (qui dépendent de la direction d'observation et qui varient spatialement) nécessite le pré-calcul de la BRDF dans toutes les directions de vue pour arriver au temps-réel. Ce cas est discuté dans [Kautz et al. (2002)].

La PRT est une technique présentée pour la première fois par [Sloan et al. (2002)]. L'environnement illuminant est projeté sur une base d'harmoniques sphériques basses fréquences (avec peu de fonctions de base, 25 max). Leur méthode manipule des sources de lumière surfaciques et des sources de lumière environnementales. Elle permet de prendre en compte les ombres douces et les inter-réflexions basses fréquences entre objets. La surface des objets est subdivisée en patches (méthode dite éléments finis) et des ensembles de fonctions de transfert sont pré-calculés pour chaque objet et les surfaces diffuses ou luisantes peuvent être rendues en temps réel sur GPU. Pour les surfaces diffuses, dont l'apparence ne dépend pas du point d'observation, le calcul de l'illumination se réduit à un produit scalaire entre la source de lumière (exprimé dans la même base) et un vecteur de transport de l'énergie lumineuse. Pour les surfaces brillantes, dont l'apparence dépend de la position d'observation, ce calcul se réduit à un produit matrice de transport - vecteur source de lumière. La méthode est restreinte aux objets non-déformables (qui peuvent être animés par transformation rigide). Remarquons qu'ici, c'est la subdivision de la géométrie en éléments de taille finie, auquel est associée un opérateur qui décrit le comportement de la lumière, qui est la base de la méthode. L'opérateur de transport de l'énergie lumineuse peut être associé à chaque sommet de la surface [Mäki-Patola (2003)]. Dans ce cas, une fonction de transfert associe l'irradiance à la luminance énergétique sortante (*outgoing radiance*) pour chaque sommet de la surface considérée. Cette fonction pouvant être interpolée pour le calcul de la radiance réfléchie en un triangle de la surface.

La PRT permet de manipuler des lumières dynamiques basses fréquences (grâce à l'utilisation d'une approximation linéaire basée sur les harmoniques sphériques) et d'avoir des points de vue arbitraires. Depuis il y a eu des variations de la PRT pour capturer des effets hautes fréquences comme les ombres dures ou des brillances locales. Le cas des objets diffus est traité dans [Ng et al. (2003)]. Celui des objets brillants sans contrainte sur la position de l'observateur est abordé dans [Liu et al. (2004) et Wang et al. (2006)]. Dans ces articles, une approximation non-linéaire par des ondelettes de Haar (une compression) est utilisée (avec une transformation plus rapide que pour les harmoniques sphériques et un nombre de coefficients entre 100 et 1000 fois inférieur aux harmoniques sphériques pour la même qualité vi-

suelle !). Hélas cette méthode s'applique seulement aux ciels ou environnements hautes fréquences, mais pas aux sources directionnelles (ou quasi directionnelles) comme le soleil. De plus elle ne traite pas les caustiques. Dans [Tsai and Shih (2006)] le cas des ombres hautes fréquences est traité avec une représentation plus compacte, les bases sphériques radiales. D'autres bases sont utilisées pour les techniques PRT : des gaussiennes [Green et al. (2006)], des bases éléments finis induites par la structure hiérarchique des données à visualiser [Lehtinen et al. (2007)] et des SPCBF *spherical piecewise constant basis function* [Xu et al. (2008)]. Le principe de base reste le même : utiliser une décomposition hiérarchique de la lumière à la fois compacte (avec quelques coefficients), qui présente un bon compromis compression/qualité/temps de calculs et qui a de bonnes propriétés. Il existe aussi des solutions directement basées sur de l'Analyse en Composantes Principales [Nowrouzezahrai et al. (2007)]. Le cas des objets translucides avec des effets hautes fréquences est traité dans [Wang et al. (2005)].

La PRT permet de prendre en compte les effets basses fréquences et hautes fréquences des scènes dynamiques composées d'objets rigides [Pan et al. (2007)]. Elle est applicable pour des sources de lumière locale : les harmoniques zonales [Sloan et al. (2005)] et [Kristensen et al. (2005) et Kontkanen et al. (2006)].

Une question qu'aucun article ne semble aborder est le rendu des inter-réflexions hautes fréquences pour des terrains diffus ou brillants. J'ai lu plusieurs fois que les inter-réflexions sur les terrains diffus sont des phénomènes basses fréquences. Mais il semblerait que les ombres hautes fréquences dues au soleil puissent engendrer des inter-réflexions hautes fréquences.

C.3 Occultation ambiante (Ambient occlusion)

La lumière ambiante est une lumière uniforme qui éclaire tous les points sur tous les objets avec la même intensité (la lumière est la même quelle que soit la direction). La lumière ambiante est une notion similaire à l'éclairage diffus. Les positions et formes des objets ne sont pas prises en compte, ce qui leur donne un aspect non-naturel et aplati. En prenant en compte un facteur d'occultation A à la lumière ambiante en un point donné x (quelle proportion de lumière ambiante arrive sur la surface en x ?), il est possible d'obtenir des résultats beaucoup plus convaincants en multipliant la couleur ambiante par $1-A$. Par exemple, les zones avec des coins prononcés apparaîtront plus foncées que des zones plates ouvertes sur l'extérieur. De plus il est possible de simuler des ombres de contacts entre les objets [Kontkanen and Laine (2005)]. De tels effets nécessitent généralement des techniques d'illumination globale beaucoup plus coûteuses en calculs.

Vers la fin des années 90 les techniques temps-réel de calculs d'ombre les plus populaires (ex : *shadow map* [Williams (1978)] et *shadow volume* [Crow (1977)]) étaient adaptées uniquement à des sources de lumière ponctuelles (avec plusieurs passes pour générer des ombres douces). Les techniques temps-réel de calcul d'ombres jusqu'à 2002 étaient encore souvent limitées à des sources de lumière ponctuelles et leur complexité dépendante du nombre de telles sources. L'*occultation ambiante* a été introduite par Zhukov et al. (1998). Elle peut être vue comme un algorithme temps-réel de calcul d'ombres pour la lumière ambiante d'une scène. Le côté temps-réel de la méthode signifie qu'il y a des approximations pour les calculs d'ombre, mais elles sont visuellement réalistes. Cette technique imite l'éclairage indirect de l'illumination globale de la scène (dégradé d'ombres diffus), et est suffisamment performante (les besoins mémoire et temps de calculs sont faibles) pour être utilisée dans les jeux vidéos.

L'atténuation de la lumière ambiante en un point x donné due à la géométrie voisine est donnée par

le facteur d'occultation :

$$A(x, \mathbf{n}) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega} V(x, \omega) \max(\omega \cdot \mathbf{n}, 0) d\omega \quad (\text{C.6})$$

Ici x désigne une position sur la surface réceptrice, \mathbf{n} est son vecteur normal associé. $V(x, \omega)$ est une fonction de visibilité qui vaut zéro quand il n'y a pas de géométrie visible dans la direction ω et un sinon. L'importance d'une direction particulière ω est pondérée par le cosinus entre la normale et ω . Cela signifie par exemple que l'occultation est plus importante dans les directions proches de la normale, ce qui semble assez intuitif pour des *occluders* (objets occultant) proches du point considéré. $A(x, \mathbf{n})$ est calculée en intégrant sur l'hémisphère orientée selon la normale à la surface \mathbf{n} . Ce facteur d'occultation peut être pré-calculé directement pour la scène globale statique et pour l'auto-ombrage des objets rigides. L'occultation ambiante est pré-calculée de manière robuste avec des techniques de *ray tracing* basées sur de l'échantillonnage aléatoire (intégration de Monte Carlo). Les objets occultants qui sont éloignés d'un receveur potentiel ne doivent pas être pris en compte, et d'une manière plus générale l'occultation doit décroître jusqu'à zéro avec un rayon receveur-occultant qui croît. Cela est très intuitifs, puisque plus il y a de l'espace entre un morceau de géométrie occultant et un morceau de géométrie receveur, plus il y a de la lumière ambiante qui éclaire le receveur jusqu'à sa valeur actuelle.

A ces début (1998) l'occultation ambiante n'était utilisée que pour le calcul d'auto-ombrage d'objets rigides, statiques et diffus. Elle a été rendue populaire [Christensen (2002) et Landis (2002)] et étendue par la suite [Kontkanen and Laine (2005)] pour calculer l'occultation ambiante entre objets rigides (toujours imprécis mais visuellement convaincant). De récents travaux tentent d'assouplir la contrainte sur la géométrie fixe. Actuellement il existe trois grandes classes de méthodes pour calculer l'occultation ambiante [Knecht (2007)] : les méthodes basées objet, les méthodes basées sommet et celles basées image.

C.3.1 Méthodes basées objet

L'occultation ambiante est calculée au niveau des objets non-déformables. Dans ce type de méthodes, il y a une texture attachée aux objets occultant (texture volumique, *cube-maps*, ...). Dans [Kontkanen and Laine (2005)] pour chaque objet occultant, il y a 2 *cube-maps* utilisées (pré-calculs de 7 valeurs scalaires pour 2 fonctions radiales, une pour l'approximation de la calotte sphérique (angle solide) et une autre pour l'approximation de la direction moyenne d'occultation : donne une approximation de l'occultation causée par l'objet dans une direction et à une distance données). L'idée derrière l'algorithme est d'approximer un objet occultant par une calotte sphérique (*spherical cap*) lorsqu'on calcule l'occultation ambiante sur le receveur. Le cas d'un objet receveur qui intersecte l'enveloppe convexe d'un objet occultant est traité séparément (pour éviter des artefacts de discontinuité, mais pas réaliste). Une fois les champs d'occultation ambiante connus, les calculs directs effectués lors du rendu sont indépendants de la complexité des objets, et il n'y pas pas de contrainte sur la tessellation de la surface réceptrice (c'est un *fragment program* qui regarde si on est dans l'ombre ou pas). En un point x , plusieurs objets occultant peuvent intervenir. Dans ce cas, si on interprète $A_i(x, \mathbf{n})$ comme la probabilité de toucher l'objet occultant O_i depuis la position x (confer Kontkanen and Laine (2005)), alors on peut comprendre $A_{i,j}(x, \mathbf{n})$ comme la probabilité de toucher les objets indépendants O_i et O_j et on obtient un pourcentage de lumière ambiante reçue $1 - A_{i,j} = (1 - A_i) \cdot (1 - A_j)$. Ce résultat est probabiliste et donc encore approximatif.

Les méthodes basées objets sont performantes car on peut calculer l'occultation ambiante par un simple accès à une texture. De plus elles ne sont pas gourmandes en mémoire car les résolutions des textures utilisées sont faibles (en général une texture haute résolution est générée, puis filtrée pour éviter des artefacts dus à des détails hautes fréquences : cette texture suffira à modéliser l'occultation ambiante qui est basse fréquence par nature).

C.3.2 Méthodes basées sommet ou image

L'occultation ambiante est calculée au niveau des sommets ou du plan de vue. Pour les méthodes basées sommet, peu de pré-calculs sont nécessaires et les calculs d'occultation sont faits à la volée, mais au prix de plusieurs passes de rendu. Pour les méthodes basées image, la complexité dépend de la résolution de l'image à rendre.

Pour plus détails sur les méthodes basées objet, sommet ou image, ainsi qu'un tableau comparatif, je vous invite à lire [Knecht (2007)].

C.4 Ouverture sur l'éclairage ambiant (Ambient Aperture Lighting)

Dans [Oat and Sander (2007)] une méthode temps-réel pour approximer les ombres directes hautes fréquences est présentée. Elle est basée sur des intersections de calottes sphériques (approximation pour calcul rapide) pour déterminer l'éclairage direct incident provenant de sources de lumière surfaciques et dynamiques. L'information de visibilité est pré-calculée par sommet (dans le *vertex buffer*) ou par *texel* (carte de texture), pour calculer l'illumination avec des ombres approximatives en une seule passe de rendu. La géométrie utilisée doit donc être statique (et seules les transformations rigides sont supportées). Cette méthode permet un rendu visuellement réaliste de l'auto-ombrage et est peu consommatrice en mémoire. Elle est particulièrement adaptée au rendu interactif de terrains 3D (*outdoor environments*) éclairés par une source directe de lumière (soleil). Cette méthode suppose que le terrain 3D est diffus (décroissance lambertienne de l'intensité de la lumière directe selon le cosinus entre la direction moyenne de la zone éclairée et la normale du point considéré). Pour prendre en compte l'éclairage indirect de la scène (important pour le réalisme), la zone visible à l'extérieur qui n'est pas éclairée par la lumière directe va recevoir la lumière indirecte (ambiante) du ciel. Une grosse approximation faite est que la région visible par un point du maillage éclairé est continue et circulaire, mais cela est généralement vrai pour les terrains. Une implémentation approximative de cette technique est accessible à <http://www.humus.ca/index.php?page=3D&ID=71>.

C.5 Tableaux récapitulatifs

Toutes les méthodes supportent l'éclairage dynamique (BF = basses fréquences ; HF = hautes fréquences ; GS = géométrie statique ; EIC = effets d'illumination complexes).

Ces résultats montrent que les méthodes SH et PRT sont adaptées à l'éclairage environnant BF et donc à l'éclairage du ciel ou à la base d'un nuage. Par contre elles ne permettent pas de prendre en compte des sources de lumières très hautes fréquences comme le soleil. Le soleil est aussi à l'origine d'inter-réflexions hautes fréquences qui ne pourraient pas être prises en compte par ces méthodes (en

ANNEXE C. AUTRES TECHNIQUES D'ILLUMINATION GLOBALE DE TERRAINS 3D

Méthodes	Effets d'illumination globale supportés
SH	éclairage distant BF, ombres BF (douces) et inter-réflexions BF
PRT	ombres HF, inter-réflexions BF, caustiques HF et dispersion dans la surface HF
AO	ombres BF pour la lumière ambiante et imitation de l'éclairage indirect
AAL	ombres HF dues au soleil et éclairage indirect du ciel

Méthodes	Contraintes	Avantages
SH	BF, GS et pré-calculs	représentation compact et EIC
PRT	BF, GS et pré-calculs	EIC
AO	BF et GS	rapide et texture basse résolution
AAL	ombres approximées et GS	rapide (1 passe) et consomme peu de mémoire

particulier à cause des ombres HF produites par le soleil, même si le processus d'inter-réflexion est plutôt BF).

La méthode AAL n'est pas intéressante pour nous, car nous préférons les cartes d'horizon pour calculer les ombres douces HF dues au soleil.

Le problème principal est l'impossibilité de prendre en compte les inter-réflexions hautes fréquences du soleil avec ces 4 méthodes.

Annexe D

Glossaire

D.1 Lumière

La lumière est une onde électromagnétique qui se propage (*nature ondulatoire* avec des phénomènes de diffraction et d'interférences) et qui transporte une énergie (photons). La lumière est juste une partie du spectre électromagnétique. Le spectre visible de la lumière contient les ondes lumineuses de longueur d'onde comprise entre 380 (violet) et 770 (rouge) $nm(10^{-9} m)$. Le spectre invisible de la lumière comprend par exemple les infrarouges (chaleur) et les rayons ultra-violet (destructeur de liaisons moléculaires).

La lumière interagit avec les matériaux et les molécules qu'elle rencontre sur son passage (*réflexion*, *diffraction* \approx une décomposition de la lumière, *réfraction* = déviation d'une partie de la lumière qui traverse une surface avec une vitesse de propagation différente de celle d'origine, *absorption*, *redirection*, *interférence* \Leftarrow de nature ondulatoire).

D.2 Photons

Le photon est la particule élémentaire médiatrice de l'interaction électromagnétique. Autrement dit, lorsque deux particules chargées électriquement interagissent, cette interaction se traduit d'un point de vue quantique comme un échange de photons. Les *ondes électromagnétiques*, des ondes radio aux rayons gamma en passant par la lumière visible, sont toutes constituées de photons. Les photons sont des "paquets" d'énergie élémentaires ou quanta Q (J) de rayonnement électromagnétique ($Q = hf = h\frac{c}{\lambda}$, $h = 6.623.10^{-34} J.s$ = constante de Plank, $c = 2.998.10^8 m.s^{-1}$ = vitesse de la lumière et λ est la longueur d'onde en m) qui sont échangés lors de l'*absorption* ou de l'*émission* de lumière par la matière. L'énergie d'un photon est plus importante pour des ondes électromagnétiques courtes, ainsi une onde électromagnétique aura plus un comportement corpusculaire pour des petites longueurs d'onde.

D.3 Polarisation de la lumière

La lumière est de nature électromagnétique. Elle est constituée d'un champ électrique E et d'un champ magnétique B orthogonaux, vibrant en phase perpendiculairement à la direction de propagation

(l'évolution de E et B est sinusoïdale). La polarisation traduit en partie le caractère ondulatoire de la lumière. La polarisation de la lumière est sa direction ou plan de vibration. Une lumière naturelle, qui a tendance à vibrer avec la même intensité dans toutes les directions, peut être considérée comme non-polarisée. Une onde peut être polarisée elliptiquement (cas particulier : circulairement) ou rectilignement.

D.4 Angle solide

La notion d'angle solide est fondamentale en éclairage global. Comme un angle 2D mesure l'ouverture entre 2 directions, et donc la quantité de directions possibles entre les deux, l'angle solide mesure l'ouverture d'un cône de directions possibles en 3D (en steradians sr). En 2D, l'ensemble des directions est porté par un cercle unité (de dimension 2π) ; en 3D, l'ensemble des directions (généralement noté Ω) est porté par une sphère unité (de dimension 4π). Si un angle est une portion de cercle unité, alors un angle solide est une portion de sphère unité. L'angle solide $d\omega$ sous lequel est vue une surface d'aire dA correspond donc à l'aire de la projection radiale de cette surface sur cette sphère unité centrée au point d'observation ($d\omega = \frac{dA \cos\theta}{r^2}$, $\theta = \widehat{\vec{r} \vec{n}}$). On peut interpréter l'angle solide comme une mesure d'une taille relative d'une surface par rapport à un point d'observation (le centre de la sphère unité). Par exemple une surface petite proche du point d'observation peut avoir le même angle solide qu'une surface grande, mais éloignée de ce même point d'observation.

D.5 Albédo ou réflectance

L'albédo mesure la réflectivité d'une *surface lambertienne* (surface diffuse qui réfléchit de manière identique la lumière dans toutes les directions), c'est-à-dire le pourcentage de lumière incidente réfléchi (ou absorbé indirectement). L'albédo est le rapport de l'énergie solaire réfléchi (l'énergie lumineuse émise pour des surfaces réfléchissantes) par une surface sur l'énergie solaire incidente (l'irradiance). On utilise une échelle graduée de 0 à 1, avec 0 correspondant au noir, pour un corps avec aucune réflexion (absorption totale), et 1 pour un corps qui diffuse dans toutes les directions et sans absorption de tout le rayonnement électromagnétique visible qu'il reçoit.

D.6 BRDF

Une BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*) (en sr^{-1}) va décrire l'interaction de la lumière sur une surface opaque (le sol). Elle dépend de la position de la surface, d'une direction d'incidence et d'une direction de réflexion (les directions sont situées sur une hémisphère unitaire et peuvent donc être décrites par 2 angles en coordonnées sphériques). Une BRDF $\rho(x, \vec{s}_o, \vec{s}_i)$ définit en un point x d'une surface le rapport entre la radiance sortante $L^o(x, \vec{s}_o)$ (radiance réfléchi) sur l'irradiance incidente $dE(x, \vec{\omega}) = L^i(x, \vec{\omega}) \vec{\omega} \cdot \vec{n}(x) d\omega$:

$$\rho(x, \vec{s}_o, \vec{s}_i) = \frac{L^o(x, \vec{s}_o)}{L^i(x, \vec{\omega}) \vec{\omega} \cdot \vec{n}(x) d\omega} \quad (D.1)$$

Pour plus de détails sur les BRDFs, le lecteur peut par exemple consulter : <http://www.cs.princeton.edu/~smr/cs348c-97/surveypaper.html>.

D.7 Surfaces lambertiennes diffuses

Une surface lambertienne diffuse réfléchit un rayon lumineux dans toutes les directions de l'hémisphère de vue, sans privilégier une direction particulière (réflexion isotropique). Pour une surface lambertienne diffuse, la luminance énergétique sortante ne dépend pas de la direction de sortie et est proportionnelle à l'irradiance totale reçue. La BRDF d'un point x vaut dans ce cas $\frac{reflectance(x)}{\pi}$.

Remarque : Il existe d'autres types de surfaces diffuses (Minnaert, Oren-Nayar...).

D.8 Généralités sur l'algorithme de radiosité

La radiosité implémente la conservation de l'énergie lumineuse sous une forme qui tient compte de la lumière réfléchie d'une surface à une autre. Les modèles de radiosité modélisent seulement les réflexions diffuses (pas les matériaux luisants (glossy)). La radiosité a souvent été pré-calculée dans des cartes de lumière (*light maps*) et dans ce cas l'éclairément de la scène restera statique. La radiosité est une technique usuelle d'illumination (comme le *ray tracing*) qui ne prend pas en compte (en général) l'influence des particules gazeuses présentes dans l'atmosphère qui en fait sont très importantes pour l'illumination réaliste de scènes extérieures. Le milieu est en effet supposé vide et dans ce cas l'énergie lumineuse émise en un point x_1 vers un point x_2 est égale à l'énergie lumineuse reçue en x_2 provenant de x_1 (ce qui n'est plus vrai à l'extérieur).

D.9 Débordement de couleur

Le débordement de couleur peut s'observer par exemple si la lumière est d'abord réfléchie sur une surface de teinte verte avant d'atteindre une surface constituée d'un matériau blanc, cette dernière va prendre alors une couleur tirée sur le vert [Péroche and Bechmann (2007)].

D.10 Eclair ment indirect

L'éclairément indirect est en quelque sorte une absence d'obscurité totale dans un espace ouvert sur une zone éclairée. Par exemple, si dans un bureau, la seule source de lumière est une lampe de bureau déposée sur la table ( clairant vers le haut), le dessous de celle-ci n'est pas dans l'obscurité complète, car après de multiples réflexions la lumière a réussi à atteindre cette zone [Péroche and Bechmann (2007)].

D.11 Caustiques

Les caustiques sont des concentrations lumineuses dues aux multiples réflexions dans les verres [Péroche and Bechmann (2007)].

Bibliographie

GPU Gems 2. Addison Wesley, 2005. ISBN 0-321-33559-7.

Jiří Bittner and Peter Wonka. Visibility in computer graphics, September 2003. ISSN 0265-8135.

Antoine Bouthors, Fabrice Neyret, and Sylvain Lefebvre. Real-time realistic illumination and shading of stratiform clouds. In *Eurographics Workshop on Natural Phenomena*, sep 2006. URL <http://www-evasion.imag.fr/Publications/2006/BNL06>.

Éric Bruneton and Fabrice Neyret. Precomputed atmospheric scattering. In *19th Eurographics Symposium on Rendering, EGSR08*, Sarajevo, June 2008.

S. Chandrasekhar. *Radiative transfer*. New York : Dover, 1960, 1960.

P. H. Christensen. Ambient occlusion, image-based illumination, and global illumination. *PhotoRealistic RenderMan Application Notes*, 35, 2002.

W.M. Cornette and J.G. Shanks. Physical reasonable analytic expression for the single-scattering phase function. In *Applied Optics*, volume 31, pages 3152–3160, 1992.

Franklin C. Crow. Shadow algorithms for computer graphics. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 11(2) : 242–248, 1977. ISSN 0097-8930. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/965141.563901>.

Stanislav Darula and Richard Kittler. Cie general sky standard defining luminance distributions. 2002.

Yoshinori Dobashi, Kazufumi Kaneda, Hideo Yamashita, Tsuyoshi Okita, and Tomoyuki Nishita. A simple, efficient method for realistic animation of clouds. In *SIGGRAPH '00 : Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 19–28, New York, NY, USA, 2000a. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. ISBN 1-58113-208-5. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/344779.344795>.

Yoshinori Dobashi, Tsuyoshi Yamamoto, and Tomoyuki Nishita. Interactive rendering method for displaying shafts of light. In *PG '00 : Proceedings of the 8th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, page 31, Washington, DC, USA, 2000b. IEEE Computer Society. ISBN 0-7695-0868-5.

Yoshinori Dobashi, Tsuyoshi Yamamoto, and Tomoyuki Nishita. Efficient rendering of lightning taking into account scattering effects due to cloud and atmospheric particles. In *PG '01 : Proceedings of the 9th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, page 390, Washington, DC, USA, 2001. IEEE Computer Society. ISBN 0-7695-1227-5.

- Yoshinori Dobashi, Tsuyoshi Yamamoto, and Tomoyuki Nishita. Interactive rendering of atmospheric scattering effects using graphics hardware. In *HWWS '02 : Proceedings of the ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS conference on Graphics hardware*, pages 99–107, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2002. Eurographics Association. ISBN 1-58113-580-7.
- Philip Dutré, Kavita Bala, and Philippe Bekaert. *Advanced Global Illumination*. A. K. Peters Ltd, second edition, 2006. ISBN 1-56881-307-4.
- Darya Frolova, Denis Simakov, and Ronen Basri. Accuracy of spherical harmonic approximations for images of lambertian objects under far and near lighting. pages Vol I : 574–587, 2004.
- Pascal Gautron, Jaroslav Křivánek, Kadi Bouatouch, and Sumanta Pattanaik. Radiance cache splatting : a gpu-friendly global illumination algorithm. In *SIGGRAPH '05 : ACM SIGGRAPH 2005 Sketches*, page 36, New York, NY, USA, 2005. ACM. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1187112.1187154>.
- Paul Green, Jan Kautz, Wojciech Matusik, and Frédo Durand. View-dependent precomputed light transport using nonlinear gaussian function approximations. In *I3D '06 : Proceedings of the 2006 symposium on Interactive 3D graphics and games*, pages 7–14, New York, NY, USA, 2006. ACM. ISBN 1-59593-295-X. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1111411.1111413>.
- Robin Green. Spherical harmonic lighting : The gritty details. In *Game Devlopers' Conference*, 2003. URL <http://www.research.scea.com/gdc2003/spherical-harmonic-lighting.pdf>.
- Jörg Haber, Marcus Magnor, and Hans-Peter Seidel. Physically-based simulation of twilight phenomena. *ACM Trans. Graph.*, 24(4) :1353–1373, 2005. ISSN 0730-0301. URL <http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/irg3/dtd/>.
- Naty Hoffman and Kenny Mitchell. Real-time photorealistic terrain lighting. 2001.
- Naty Hoffman and Arcot J. Preetham. Real-time light-atmosphere interactions for outdoor scenes. pages 337–352, 2003.
- Henrik Wann Jensen, Frédo Durand, Michael M. Stark, Simon Premoze, Julie Dorsey, and Peter Shirley. A physically-based night sky model. In Eugene Fiume, editor, *SIGGRAPH 2001, Computer Graphics Proceedings*, pages 399–408. ACM Press / ACM SIGGRAPH, 2001. URL <http://graphics.stanford.edu/papers/nightsky/>.
- James T. Kajiya. The rendering equation. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 20(4) :143–150, 1986. ISSN 0097-8930. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/15886.15902>.
- Jan Kautz, Peter-Pike Sloan, and John Snyder. Fast, arbitrary brdf shading for low-frequency lighting using spherical harmonics. In *EGRW '02 : Proceedings of the 13th Eurographics workshop on Rendering*, pages 291–296, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2002. Eurographics Association. ISBN 1-58113-534-3.
- Jan Kautz, Peter-Pike Sloan, and Jaakko Lehtinen. Precomputed radiance transfer : theory and practice. In *SIGGRAPH '05 : ACM SIGGRAPH 2005 Courses*, page 1, New York, NY, USA, 2005. ACM. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1198555.1198682>.

- Martin Knecht. State of the art report on ambient occlusion. 2007.
- Janne Kontkanen and Samuli Laine. Ambient occlusion fields. pages 41–48, 2005.
- Janne Kontkanen, Emmanuel Turquin, Nicolas Holzschuch, and François Sillion. Wavelet radiance transport for interactive indirect lighting. In Wolfgang Heidrich and Thomas Akenine-Möller, editors, *Rendering Techniques 2006 (Eurographics Symposium on Rendering)*. Eurographics, jun 2006. URL <http://artis.imag.fr/Publications/2006/KTHS06>.
- Anders Wang Kristensen, Tomas Akenine-Möller, and Henrik Wann Jensen. Precomputed local radiance transfer for real-time lighting design. *ACM Trans. Graph.*, 24(3) :1208–1215, 2005. ISSN 0730-0301. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1073204.1073334>. URL <http://graphics.ucsd.edu/papers/plrt/>.
- H. Landis. Renderman in production. *ACM SIGGRAPH, Course 16*, 2002.
- Jaakko Lehtinen, Matthias Zwicker, Janne Kontkanen, Emmanuel Turquin, François Sillion, and Timo Aila. Meshless finite elements for hierarchical global illumination. Technical Report TML-B7, Helsinki University of Technology, may 2007. URL <http://artis.imag.fr/Publications/2007/LZK TSA07>.
- Horng-Shyang Liao, Jung-Hong Chuang, and Cheng-Chung Lin. Efficient rendering of dynamic clouds. In *VRCAI '04 : Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH international conference on Virtual Reality continuum and its applications in industry*, pages 19–25, New York, NY, USA, 2004. ACM. ISBN 1-58113-884-9. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1044588.1044591>.
- Xinguo Liu, Peter-Pike Sloan, Heung-Yeung Shum, and John Snyder. All-frequency precomputed radiance transfer for glossy objects. In *Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering*, pages 337–344, 2004.
- Brandon Lloyd and Parris Egbert. Horizon occlusion culling for real-time rendering of hierarchical terrains. In *VIS '02 : Proceedings of the conference on Visualization '02*, Washington, DC, USA, 2002. IEEE Computer Society. ISBN 0-7803-7498-3.
- David Loe and Peter Tregenza. *The Design of Lighting*. Routledge, UK, 1998. ISBN 978-0-419-20440-4.
- Nelson L. Max. Horizon mapping : Shadows for bump-mapped surfaces. *The Visual Computer*, 4(2) : 109–117, September 1988.
- Teemu Mäki-Patola. Precomputed radiance transfer. 2003.
- Yoshitaka Moro, Ryo Miyazaki, Yoshinori Dobashi, and Tomoyuki Nishita. A fast rendering method for shafts of light in outdoor scene. 2006.
- Ren Ng, Ravi Ramamoorthi, and Pat Hanrahan. All-frequency shadows using non-linear wavelet lighting approximation. In *SIGGRAPH '03 : ACM SIGGRAPH 2003 Papers*, pages 376–381, New York, NY, USA, 2003. ACM. ISBN 1-58113-709-5. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1201775.882280>.

- S. Nirenstein, E. Blake, and J. Gain. Exact from-region visibility culling. In *EGRW '02 : Proceedings of the 13th Eurographics workshop on Rendering*, pages 191–202, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2002. Eurographics Association. ISBN 1-58113-534-3.
- Tomoyuki Nishita, Takao Sirai, Katsumi Tadamura, and Eihachiro Nakamae. Display of the earth taking into account atmospheric scattering. In *SIGGRAPH '93 : Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 175–182, New York, NY, USA, 1993. ACM. ISBN 0-89791-601-8. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/166117.166140>.
- Tomoyuki Nishita, Yoshinori Dobashi, Kazufumi Kaneda, and Hideo Yamashita. Display method of the sky color taking into account multiple scattering. In *Proceedings of Pacific Graphics 1996*, pages 117–132, 1996.
- Derek Nowrouzezahrai, Patricio Simari, Evangelos Kalogerakis, and Eugene Fiume. Eigentransport for efficient and accurate all-frequency relighting. In *GRAPHITE '07 : Proceedings of the 5th international conference on Computer graphics and interactive techniques in Australia and Southeast Asia*, pages 163–169, New York, NY, USA, 2007. ACM. ISBN 978-1-59593-912-8. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1321261.1321290>.
- Christopher Oat and Pedro V. Sander. Ambient aperture lighting. In Bruce Gooch and Peter-Pike J. Sloan, editors, *SI3D*, pages 61–64. ACM, 2007. ISBN 978-1-59593-628-8. URL <http://www.chrisoat.com/projects.html>.
- Minghao Pan, Rui Wang, Xinguo Liu, Qunsheng Peng, and Hujun Bao. Precomputed radiance transfer field for rendering interreflections in dynamic scenes. *Computer Graphics Forum*, 26(3) :485–493, September 2007.
- Ioannis Pantazopoulos and Spyros Tzafestas. Occlusion culling algorithms : A comprehensive survey. *J. Intell. Robotics Syst.*, 35(2) :123–156, 2002. ISSN 0921-0296. doi : <http://dx.doi.org/10.1023/A:1021175220384>.
- Trent Plack. *Focus on 3D terrain programming*. Stacy L. Hiquet, first edition, 2003. ISBN 1-59200-028-2.
- A. J. Preetham, Peter Shirley, and Brian Smits. A practical analytic model for daylight. In *SIGGRAPH '99 : Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 91–100, New York, NY, USA, 1999. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. ISBN 0-201-48560-5. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/311535.311545>.
- Bernard Péroche and Dominique Bechmann. *Informatique Graphique et Rendu*. Hermes Science Publication, first edition, feb 2007. ISBN 978-2-7462-1515-3.
- Ravi Ramamoorthi and Pat Hanrahan. An efficient representation for irradiance environment maps. *SIGGRAPH 2001, Computer Graphics Proceedings*, pages 497–500, 2001. URL <http://graphics.stanford.edu/papers/envmap/>.

- Kirk Riley, David S. Ebert, Martin Kraus, Jerry Tessendorf, and Charles D. Hansen. Efficient rendering of atmospheric phenomena. In Alexander Keller and Henrik Wann Jensen, editors, *Rendering Techniques*, pages 374–386. Eurographics Association, 2004. ISBN 3-905673-12-6. URL <http://dblp.uni-trier.de/db/conf/rt/rt2004.html#RileyEKTH04>.
- Tobias Schafhitzel, Martin Falk, and Thomas Ertl. Real-time rendering of planets with atmospheres. In *Journal of WSCG 2007*, 2007.
- Peter-Pike Sloan, Jan Kautz, and John Snyder. Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic, low-frequency lighting environments. In *Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 527–536. ACM Press, 2002. ISBN 1-58113-521-1. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/566570.566612>.
- Peter-Pike Sloan, Ben Luna, and John Snyder. Local, deformable precomputed radiance transfer. In *SIGGRAPH '05 : ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, pages 1216–1224, New York, NY, USA, 2005. ACM. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1186822.1073335>.
- Jaroslav Sloup. A survey of the modelling and rendering of the earth’s atmosphere. In *SCCG '02 : Proceedings of the 18th spring conference on Computer graphics*, pages 141–150, New York, NY, USA, 2002. ACM. ISBN 1-58113-608-0. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/584458.584482>.
- A. James Stewart. Fast horizon computation at all points of a terrain with visibility and shading applications. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 4(1) :82–93, 1998. ISSN 1077-2626. doi : <http://dx.doi.org/10.1109/2945.675656>.
- A. James Stewart and Michael S. Langer. Towards accurate recovery of shape from shading under diffuse lighting. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(9) :1020–1025, September 1997.
- Bo Sun, Ravi Ramamoorthi, Srinivasa G. Narasimhan, and Shree K. Nayar. A practical analytic single scattering model for real time rendering. In *SIGGRAPH '05 : ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, pages 1040–1049, New York, NY, USA, 2005. ACM. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1186822.1073309>.
- Gary E. Thomas and Knut Stamnes. *Radiative Transfer in the Atmosphere and Ocean*. A. J. Dessler, J. T. Houghton, and M. J. Rycroft, first edition, 1999. ISBN 0-521-40124-0 hardback.
- Yu-Ting Tsai and Zen-Chung Shih. All-frequency precomputed radiance transfer using spherical radial basis functions and clustered tensor approximation. In *SIGGRAPH '06 : ACM SIGGRAPH 2006 Papers*, pages 967–976, New York, NY, USA, 2006. ACM. ISBN 1-59593-364-6. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1179352.1141981>.
- Rui Wang, John Tran, and David Luebke. All-frequency interactive relighting of translucent objects with single and multiple scattering. *ACM Trans. Graph.*, 24(3) :1208–1215, 2005. ISSN 0730-0301.
- Rui Wang, John Tran, and David Luebke. All-frequency relighting of glossy objects. *ACM Trans. Graph.*, 25(2) :293–318, 2006. ISSN 0730-0301. doi : <http://doi.acm.org/10.1145/1138450.1138456>.
- Eric Weisstein. Legendre polynomial. Available online at mathworld.wolfram.com, a. URL <http://mathworld.wolfram.com/LegendrePolynomial.html>.

BIBLIOGRAPHIE

- Eric Weisstein. Spherical harmonic. Available online at mathworld.wolfram.com, b. URL <http://mathworld.wolfram.com/SphericalHarmonic.html>.
- Lance Williams. Casting curved shadows on curved surfaces. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 12(3) : 270–274, 1978. ISSN 0097-8930. doi : <http://design.osu.edu/carlson/history/PDFs/shadowmaps.pdf>.
- Kun Xu, Yun-Tao Jia, Hongbo Fu, Shimin Hu, and Chiew-Lan Tai. Spherical piecewise constant basis functions for all-frequency precomputed radiance transfer. In *IEEE VISUALIZATION AND COMPUTER GRAPHICS*, volume 14, pages 454–467, apr 2008.
- Sergej Zhukov, Andrej Inoes, and Grigorij Kroning. An ambient light illumination model. *Rendering Techniques'98*, pages 45–56, 1998.